

# INHALTSVERZEICHNIS

<b>O. Einleitung</b>	7
<b>ABSCHNITT I:</b>	10
<b>KRITIK AN DER DIDAKTISCHEN DISKUSSION UM DEN WINKEL- BEGRIFF. SAMMLUNG VON ARGUMENTEN WIDER EINE "TRENNENDE" UND "REDUZIERENDE" GEOMETRIEDIDAKTIK.</b>	
<b>1. Die didaktische Diskussion um den Winkelbegriff</b>	11
1.1 <u>Kurzdarstellung der in didaktischen Arbeiten vorgeschlagenen Winkeldefinitionen und Zugänge zum Winkelbegriff</u>	13
1.1.1 Definitionen mit Geraden	15
1.1.2 Definitionen mit Halbgeraden ohne Auszeichnung eines Erstschenkels	16
1.1.3 Definitionen mit Halbgeraden unter Auszeichnung eines Erstschenkels	17
1.1.4 Winkel als orientiertes Winkelfeld	19
1.1.5 Weitere Winkeldefinitionen	22
1.2 <u>Das Argumentationsfeld bei der Auswahl von Winkeldefinitionen und Zugängen zum Winkelbegriff</u>	25
1.2.1 Analyse der Argumente bei der Beurteilung von Zugängen	25
1.2.2 Eine oder mehrere Definitionen?	30
1.2.3 Enge Sicht von Begriffsbildung	34
1.3 <u>Zur Mathematisierung anschaulicher Vorstellungen als Anpassung an eine Hintergrundtheorie</u>	37
1.4 <u>Vorstellungen und Fehlvorstellungen - Kritik einer Einstellung</u>	44

<b>2.</b>	<b>Der Winkelbegriff in den Schulbüchern der 6. Schulstufe</b>	<b>54</b>
2.1	<u>Zugänge zum Winkelbegriff in zehn Schulbüchern der Bundesrepublik Deutschland</u>	57
2.2	<u>Zugänge zum Winkelbegriff in fünf österreichischen Schulbüchern</u>	70
2.3	<u>Ursprünge und Umsetzung einer didaktischen Hintergrundtheorie</u>	77
2.4	<u>Zusammenfassung und didaktische Implikationen</u>	88
2.4.1	Umweltbezug als Anhängsel der Theorie	88
2.4.2	Der Winkel als Figur	90
2.4.3	Fehlen einer Reflexionsebene	91
2.4.4	Oberflächliche Betrachtung der Winkelmessung	93
2.4.5	Subkulturen	94
<b>3.</b>	<b>Tendenzen einer "trennenden" und "reduzierenden" Geometriedidaktik</b>	<b>96</b>
3.1	<u>Kritische Anmerkungen zu Analysen des Winkelbegriffes in der didaktischen Literatur</u>	98
3.2	<u>"Trennungs- und Reduktionshaltungen" in der Geometriedidaktik</u>	102
3.2.1	Trennung Lernender - Fach	102
3.2.2	Umweltbezug als (listiges) Schmachhaftmachen von Theorie	107
3.2.3	Orientierung an einem bestimmten axiomatischen Aufbau	111
3.2.4	Trennung propädeutischer Unterricht - systematischer Unterricht (Betrachtungen zum sogenannten "Spiralprinzip")	117

**REFLEXIONEN ÜBER HISTORISCH-FACHLICHE, PSYCHOLOGISCH-INDIVIDUELLE UND EPISTEMOLOGISCH-OPERATIVE ASPEKTE DES WINKELBEGRIFFES**

<b>4.</b>	<b>Betrachtungen zur historisch-fachlichen Genese des Winkelbegriffes</b>	<b>126</b>
4.1	<u>Der Winkelbegriff vor EUKLID</u>	127
4.2	<u>Die "Elemente" des EUKLID</u>	134
4.3	<u>Die "Grundlagen der Geometrie" von David HILBERT</u>	148
4.4	<u>Die "Grundlagen der Geometrie" von Felix KLEIN</u>	157
4.5	<u>Der "Aufbau der Geometrie aus dem Spiegelungsbegriff" von Friedrich BACHMANN</u>	164
4.6	<u>"Neue Elementargeometrie" von Gustave CHOQUET</u>	175
4.7	<u>Resümierende Betrachtungen zur historisch - fachlichen Genese des Winkelbegriffes</u>	186
<b>5.</b>	<b>Reflexionen über Untersuchungen von Jean PIAGET und Mitarbeitern zum Winkelbegriff</b>	<b>194</b>
5.1	<u>"Die Entwicklung des räumlichen Denkens beim Kinde" (J. PIAGET und B. INHELDER) - Bezüge zum Winkelbegriff</u>	197
5.2	<u>"Die natürliche Geometrie des Kindes" (J. PIAGET, B. INHELDER und A. SZEMINSKA) - Bezüge zur Winkelmessung</u>	204

5.3	<u>Reflexionen zur historischen und zur individuellen Genese des Winkelbegriffes, didaktische Implikationen</u>	211
5.3.1	Der Winkel als Beziehung	211
5.3.2	"Spitzheit" - eine prägende Vorstellung	212
5.3.3	Bewußtes Loslösen von egozentrischen Sichtweisen	214
5.3.4	"Verwandtschaft" von Winkel und Ähnlichkeit	216
5.3.5	"Verwandtschaft" von Winkel und Drehung	217
5.3.6	Die Bedeutung des Winkelmessens	219
5.3.7	Verschiedene Vorstellungen von Winkel	220
6.	<b>Eine empirische Studie über Vorstellungen von Winkel bei 12 bis 13jährigen Schüler(inne)n</b>	222
6.1	<u>Ergebnisse der Testbefragung</u>	224
6.1.1	Rangreihung einiger mathematischer Begriffe nach deren Schwierigkeitsgrad aus der Sicht von Schüler(inne)n	225
6.1.2	"Was ist ein Winkel?" - Vorstellungen von Schüler(inne)n	227
6.1.3	Situationen, in denen Winkel auftreten	230
6.2	<u>Ergebnisse der schriftlichen Hauptbefragung</u>	232
6.2.1	Schwierigkeiten mit dem Winkelbegriff	233
6.2.2	Was verstehen Schüler(innen) unter einem Winkel?	237
6.2.3	Situationen aus dem Alltag, in denen Winkel auftreten	244
6.3	<u>Ergebnisse zweier Schülerinterviews</u>	246
6.3.1	Ein Leitfaden für die Interviews	246
6.3.2	Das Interview mit dem Schüler "beta"	249
6.3.3	Das Interview mit der Schülerin "chi"	262
6.4	<u>Zusammenfassung und didaktische Implikationen</u>	274
6.4.1	Das Problem der Loslösung von egozentrischen Sichtweisen	274
6.4.2	Das Problem der Loslösung von physikalischen Phänomenen	277
6.4.3	Probleme der Winkelmessung	279
6.4.4	Probleme der Umsetzung von Hintergrundtheorien in den Unterricht	284

7.	<b>Überlegungen zur Bedeutung des "Operativen" beim Winkelbegriff</b>	289
7.1	<u>"Operatives Prinzip" und "Prinzip der operativen Begriffsbildung" - ein prinzipieller Vergleich</u>	290
7.2	<u>Operative Aspekte des Winkelbegriffes im Sinne des "Prinzips der operativen Begriffsbildung"</u>	295
7.3	<u>Der Winkelbegriff in der Computersprache "LOGO"</u>	304
7.4	<u>"Operatives Prinzip" als erweiterter Begriff, didaktische Implikationen</u>	312

**ABSCHNITT III:** 318

**AUF DER SUCHE NACH EINEM INTEGRATIVEN VERSTÄNDNIS VON GEOMETRIEDIDAKTIK. EIN AUFGABENSYSTEM ZUR KONSTRUKTION DES WINKELBEGRIFFES IM RAHMEN EINER LEBENDIGEN GEOMETRIE.**

8.	<b>Überlegungen zur Konstruktion des Winkelbegriffes im Rahmen einer lebendigen Geometrie</b>	319
8.1	<u>Zum Ansatz einer lebendigen Geometrie</u>	320
8.1.1	Geometrieunterricht als reflektierte Weiterentwicklung der Beziehung des Schülers zur Geometrie	320
8.1.2	Erläuternde Aspekte zu einer lebendigen Geometrie	331
8.1.3	Konstruktion von Aufgabensystemen als Organisationsprinzip lebendiger Geometrie	340
8.2	<u>Strukturierung eines Aufgabensystems zum Winkelbegriff</u>	346
8.2.1	Ziele des Aufgabensystems	346
8.2.2	Zur Grobstruktur des Aufgabensystems	347
8.2.3	Zum Aufbau der einzelnen Sequenzen	350
8.2.4	Aufgaben als bedeutende Basis didaktischer Diskussionen	358

<b>9.</b>	<b>Konkreter Vorschlag für ein Aufgabensystem zur Konstruktion des Winkelbegriffes</b>	<b>361</b>
9.1	<u>Sequenz 1 : "Wir messen Winkel"</u>	364
9.2	<u>Sequenz 2 : "Verschiedene Situationen - verschiedene Winkel"</u>	380
9.3	<u>Sequenz 3 : "Beweisen mit Winkeln"</u>	395
9.4	<u>Sequenz 4 : "Weitere Problembereiche"</u>	417
9.5	<u>Sequenz 5 : "Praktische Anwendungen"</u>	433
<b>Anhang</b>		<b>455</b>
Anhang 1: Die Transkription der beiden Interviews		456
Anhang 2: Das Kreisbogen - Lemma		498
Anhang 3: Ein Katalog allgemeiner Lernziele		501
<b>Verzeichnisse</b>		<b>504</b>
Literaturverzeichnis		505
Bildquellenverzeichnis		515