

INHALTSÜBERSICHT

KAPITEL I. EINLEITUNG 1

- § 1. Zum Standort dieser Arbeit 1
 - 1.1 Boolesche Algebra am Gymnasium: Bemerkungen zur Situation 1
 - 1.2 Beschreibung der mathematisch-didaktischen Analyse 9
 - 1.3 Spezielle Zielsetzungen und Methoden dieser Arbeit 22

- § 2. Überblick über die Arbeit 28

KAPITEL II. AXIOMATIK UND ELEMENTARE MODELLE 34

- § 3. Axiomatik der Booleschen Algebra 34
 - 3.1 Mathematische Grundlagen 34
 - 3.1.1 Allgemeines zu algebraischen Axiomensystemen 34
 - 3.1.2 Axiomensysteme für Boolesche Algebren 37
 - 3.2 Notationen und Bezeichnungen 49
 - 3.3 Didaktische Anmerkungen zur axiomatischen Behandlung der Booleschen Algebra in der Schule 57
 - 3.3.1 Formen von Axiomatik in der Mathematik 58
 - 3.3.2 Formen polymorpher abstrakter Axiomatik im Schulunterricht 60
 - 3.3.3 Exkurs zur didaktischen Funktion von Beispielen in polymorphen axiomatischen Theorien (deduktive Phase) 63
 - 3.3.4 Axiomatisierung bei der Booleschen Algebra 67
 - 3.3.5 Fertige Axiomensysteme für Boolesche Algebren 70

§ 4. Einige elementare Modellklassen Boolescher Algebren	73
4.1 <u>Darstellung der einzelnen Modellklassen</u>	73
4.1.1 Mengenalgebren	75
4.1.2 Exkurs: Endliche und atomare Boolesche Algebren	80
4.1.3 Teileralgebren	84
4.1.4 Beispiele aus dem Bereich der Logik	85
4.1.5 Ereignisalgebren	91
4.1.6 Schaltalgebra	96
4.1.7 Idempotente in kommutativen Ringen mit Eins	100
4.1.8 Zyklische Klassen von n-Ecken	100
4.2 <u>Didaktische Aspekte</u>	101
4.2.1 Erscheinungsformen der Modelle im Schulunterricht	102
4.2.2 Auswahlkriterien für die Heranziehung konkreter Beispiele	107
4.2.3 Konsequenzen	111
4.2.4 Zum Verhältnis: Boolesche Algebra - Boolescher Ring	120
4.2.5 Axiomatisierungsvorübungen in Modellen der Booleschen Algebra	127
KAPITEL III. AUFBAU EINER ELEMENTAREN ALGEBRAISCHEN THEORIE	130
§ 5. Homomorphismen zwischen Booleschen Algebren	130
5.1 <u>Abstrakte Darstellung</u>	130
5.1.1 Homomorphismen zwischen algebraischen Strukturen	130
5.1.2 Homomorphismen zwischen Booleschen Algebren	132
5.2 <u>Beispiele</u>	134
5.2.1 Homomorphismen zwischen Mengenalgebren	134
5.2.2 Homomorphismen zwischen Ereignisalgebren	143
5.2.3 Homomorphismen zwischen Booleschen Algebren zweiwertiger Funktionen	146
5.3 <u>Didaktische Aspekte</u>	151
5.3.1 Allgemeines zu Homomorphismen und zur Kategoriensprache	151
5.3.2 Homomorphismen zwischen Booleschen Algebren	157
6. Boolesche Unteralgebren und Koprodukte	164
6.1 <u>Mathematische Darstellung</u>	164
6.1.1 Allgemeines zur Unterobjektsrelation und zu Erzeugungsfragen	164
6.1.2 Allgemeines zu Koprodukten	170
6.1.3 Boolesche Unteralgebren	173
6.1.4 Erzeugungsprobleme bei Booleschen Algebren	176
6.1.5 Koprodukte Boolescher Algebren	185

6.2 <u>Beispiele</u>	193
6.2.1 Mengenalgebren	193
6.2.1.1 Durch Partitionen erzeugte Mengenalgebren	193
6.2.1.2 Mengenalgebren über Produktmengen	199
6.2.2 Beispiele aus anderen Bereichen	206
6.3 <u>Didaktische Aspekte</u>	212
§ 7. Boolesche Restklassenobjekte und Produkte Boolescher <u>Algebren</u>	218
7.1 <u>Mathematische Darstellung</u>	218
7.1.1 Allgemeines zu Quotientenobjekten und Restklassenalgebren	218
7.1.2 Allgemeines zu Produkten	222
7.1.3 Boolesche Restklassenalgebren	224
7.1.4 Produkte Boolescher Algebren	235
7.2 <u>Beispiele</u>	239
7.2.1 Mengenalgebren	239
7.2.2 Beispiele aus anderen Bereichen	243
7.3 <u>Didaktische Aspekte</u>	247
7.3.1 Allgemeines zu Äquivalenzrelationen	247
7.3.2 Kongruenzrelationen	248
7.3.3 Boolesche Restklassenalgebren	253
7.3.4 Produkte algebraischer Strukturen	256
§ 8. Bemerkungen zum Satz von Stone	257
8.1 Mathematische Bemerkungen	257
8.2 Didaktische Bemerkungen zum endlichen Fall	263
8.3 Didaktische Bemerkungen zum allgemeinen Fall	266
KAPITEL IV. SCHLUSS	269
§ 9. Zusammenfassung und Ausblick	269
9.1 Hauptergebnisse der Arbeit	269
9.2 Hinweise auf mögliche Weiterführungen	274
LITERATURVERZEICHNIS	277