

INHALT

KAPITEL I

Unendliche Reihen und einige elementartranszendente Funktionen

§ 1	Unendliche Reihen	1
§ 2	Die Taylorentwicklung von Funktionen einer und mehrerer Unbekannter	10
§ 3	Das Verfahren der schrittweisen Näherung (Iteration)	15
§ 4	Interpolation	20
§ 5	Die trigonometrischen Funktionen	25
§ 6	Orthogonalitätsbeziehungen der trigonometrischen Funktionen	38
§ 7	$\sin n\varphi$ und $\cos n\varphi$, ausgedrückt durch Funktionen des einfachen Winkels $\sin^n \varphi$ und $\cos^n \varphi$, ausgedrückt durch Funktionen von Vielfachen des Winkels φ	42
§ 8	Die zyklometrischen Funktionen	47
§ 9	Die Hyperbel- und Areafunktionen	53

KAPITEL II

Komplexe Zahlen und einiges aus der Funktionentheorie

§ 10	Das Rechnen mit komplexen Zahlen	64
§ 11	Die Gaußsche Zahlenebene	70
§ 12	Potenzen und Wurzeln komplexer Zahlen. Der Satz von Moivre	75
§ 13	Differenzierbarkeit und analytische Funktionen im Komplexen. Konforme Abbildung	78
§ 14	Die Cauchy-Riemannschen Differentialgleichungen	85
§ 15	Differentiationsregeln im Komplexen	88
§ 16	Unendliche Reihen im Komplexen	92
§ 17	Elementartranszendente Funktionen im Komplexen	100

KAPITEL III

Determinanten und Matrizen. Lineare Gleichungssysteme

§ 18	Determinanten. Definition und Grundeigenschaften	107
§ 19	Entwicklung nach den Elementen einer Zeile oder Spalte	112

§ 20	Einige Sätze über Determinanten	116
§ 21	Der Multiplikationssatz der Determinantentheorie	120
§ 22	Auflösung eines linearen Gleichungssystems (einfachster Fall)	123
§ 23	Matrizen. Definitionen und Grundbegriffe	126
§ 24	Matrizenaddition	130
§ 25	Matrizenmultiplikation	131
§ 26	Einige spezielle Matrizenprodukte	136
§ 27	Rechnen mit Teilmatrizen	140
§ 28	Die Inverse einer Matrix	144
§ 29	Lineare Transformation. Bilineare und quadratische Formen	150
§ 30	Linearkombination. Lineare Abhängigkeit. Rang einer Matrix	153
§ 31	Lineare Gleichungssysteme (allgemeiner Fall)	160
§ 32	Funktionalmatrix und Funktionaldeterminante	165
§ 33	Zerlegung einer symmetrischen Matrix in zwei Dreiecksmatrizen. Zusammenhang mit den Reduktionsverfahren zur Auflösung von Normalgleichungssystemen	168

KAPITEL IV

Vektoren

§ 34	Senkrechte Projektion. Kartesische und Polarkoordinaten. Rechts- und Linkssysteme	177
§ 35	Vektoren; Vektoraddition	183
§ 36	Skalare und vektorielle Komponenten	188
§ 37	Inneres oder skalares Produkt	191
§ 38	Äußeres oder vektorielles Produkt	195
§ 39	Mehrfache Produkte	199
§ 40	Anwendungen und Ergänzungen	203
§ 41	Koordinatentransformation. Affintransformation	211
§ 42	Ableitungen und Taylorentwicklungen eines Vektors	216

KAPITEL V

Differentialgeometrie

Kurventheorie

§ 43	Parameterdarstellung und Bogenlänge einer Raumkurve	223
§ 44	Tangente, Schmiegebene und Hauptnormale	227
§ 45	Krümmung und Krümmungskreis. Berührung zweier Kurven	231
§ 46	Binormale und begleitendes Dreikant. Windung einer Kurve. Tangenten- und Binormalenbild	235
§ 47	Einige Formeln in Komponenten. Beispiele und Sonderfälle	238
§ 48	Frenetsche Formeln, natürliche Gleichungen und kanonische Darstellung einer Kurve	246

Flächentheorie

§ 49	Darstellung einer Fläche mittels Gaußscher Parameter. Flächenkurven. Tangentialebene und Flächennormale	251
§ 50	Längen und Winkel auf der Fläche. Die erste Fundamentalform	255
§ 51	Einige Formeln für Parameterlinien. Die Größe $EG - F^2$	258
§ 52	Flächeninhalt	261
§ 53	Beispiele	263
§ 54	Kurvenscharen auf der Fläche. Orthogonale Netze	267
§ 55	Parametertransformationen auf der Fläche	270
§ 56	Einführung in die Abbildung zweier Flächen aufeinander. Längentreue und Biegungsinvarianz	273
§ 57	Zweite Fundamentalform und Gaußsche Fundamentalgrößen zweiter Ordnung	277
§ 58	Normalkrümmung. Der Satz von Meusnier	282
§ 59	Kreispunkte, elliptische, hyperbolische und parabolische Flächenpunkte	286
§ 60	Hauptkrümmungen und Krümmungslinien. Gaußsches Krümmungsmaß und mittlere Krümmung	289
§ 61	Der Satz von Euler. Die Indikatrix von Dupin	296
§ 62	Die Ableitungsgleichungen von Weingarten und von Gauß	302
§ 63	Die sphärische Abbildung von Gauß	306
§ 64	Das Theorema egregium von Gauß und die Gleichungen von Gauß-Codazzi-Mainardi	310
§ 65	Geodätische Krümmung	313
§ 66	Geodätische Linien	319
§ 67	Geodätische Koordinaten	326
§ 68	Die geodätische Linie als kürzeste Verbindung auf der Fläche	333
§ 69	Differentialgleichung der geodätischen Linie und Theorema egregium für geodätische Koordinaten. Winkelsumme im geodätischen Dreieck	334
§ 70	Torsion einer Flächenkurve. Geodätische Torsion	339
§ 71	Isometrische Parameter	342
§ 72	Drehflächen	346

Abbildung zweier Flächen aufeinander

§ 73	Längen-, Winkel- und Flächenverzerrung	354
§ 74	Die Indikatrix von Tissot. Die Hauptelemente einer Abbildung	357
§ 75	Berechnung der Verzerrungen einer Abbildung aus den Achsen der Tissotschen Indikatrix	362
§ 76	Konforme oder winkeltreue Abbildung	369
§ 77	Allgemeine Formeln für Vergrößerungsverhältnis und Meridiankonvergenz bei konformer Abbildung	372
§ 78	Flächentreue Abbildung. Ergänzungen zur längentreuen Abbildung	376

Natürliche Geometrie auf einer Fläche

§ 79	Der Krümmungsvektor einer Flächenkurve. Natürliche Geometrie	381
§ 80	Die Formeln von Liouville und Bertrand	385

KAPITEL VI

Ausgleichsrechnung nach der Methode der kleinsten Quadrate

Elemente der Fehlertheorie

§ 81	Die Aufgabe der Ausgleichsrechnung	391
§ 82	Fehlerwahrscheinlichkeit	393
§ 83	Fehlermaße und Fehlergewicht	396
§ 84	Das Fehlerfortpflanzungsgesetz. Gewicht und mittlerer Fehler des arithmetischen Mittels	399
§ 85	Das Gaußsche Fehlergesetz und die zugehörigen Fehlermaße. Reduktion auf gleiches Gewicht	405
§ 86	Beobachtungsdifferenzen	412
§ 87	Abtrennung konstanter und systematischer Fehler. Das Kriterium von Abbe	414

Ausgleichung nach vermittelnden Beobachtungen

§ 88	Das Problem der Ausgleichung vermittelnder Beobachtungen	416
§ 89	Aufstellung der Normalgleichungen. Beispiele	419
§ 90	Reduktion der Normalgleichungen nach dem Gaußschen Algorithmus	428
§ 91	Summenproben	434
§ 92	Algebraische Umformungen. Berechnung von $[p v v]$	437
§ 93	Zwei Schemata zur Reduktion der Normalgleichungen einschließlich Summenprobe und Berechnung von $[p v v]$	442
§ 94	Schema zur direkten Ermittlung der Unbekannten	446
§ 95	Bestimmung der Gewichtskoeffizienten der ausgeglichenen Unbekannten. Gewichtsgleichungen	450
§ 96	Verschiedene Beziehungen	455
§ 97	Formel für den mittleren Fehler der Gewichtseinheit	458
§ 98	Ausgleichung direkter Beobachtungen. Winkelausgleichung im Dreieck	461
§ 99	Gleichzeitige Berechnung der Unbekannten und der Gewichtskoeffizienten	466
§ 100	Berechnung von Funktionsgewichten bei Ausgleichung nach vermittelnden Beobachtungen	474
§ 101	Zusammenstellung der Formeln und des Rechnungsganges bei der Ausgleichung nach vermittelnden Beobachtungen	483
§ 102	Ausgleichung vermittelnder Beobachtungen mit zwei Unbekannten	486
§ 103	Reduzierte Fehlergleichungen	489
§ 104	Partielle Elimination	493
§ 105	Fingierte Fehlergleichungen. Äquivalente Fehlergleichungen	497
§ 106	Ausgleichung einer periodischen Erscheinung	503

Ausgleichung nach bedingten Beobachtungen

§ 107	Das Problem der Ausgleichung bedingter Beobachtungen. Zurückführung auf die Ausgleichung vermittelnder Beobachtungen	509
§ 108	Ausgleichung bedingter Beobachtungen mit Korrelaten	511
§ 109	Berechnung von Funktionsgewichten bei Ausgleichung nach bedingten Beobachtungen	518
§ 110	Zusammenstellung der Formeln und des Rechnungsganges bei der Ausgleichung nach bedingten Beobachtungen	524

§ 111	Ausgleichung der Winkel eines ebenen Dreiecks	530
§ 112	Verschiedene Nebenbetrachtungen	534
§ 113	Reduzierte Bedingungsgleichungen. Das Zweigruppenverfahren von Krüger	537
§ 114	Das Boltzsche Entwicklungsverfahren	545
§ 115	Auflösung der Normalgleichungen nach Cholesky	549
§ 116	Indirekte Methoden zur Auflösung von Normalgleichungen	552
Allgemeinere Ausgleichungsprobleme		
§ 117	Vermittelnde Beobachtungen mit Bedingungsgleichungen zwischen den Unbekannten	561
§ 118	Der allgemeinste Fall der Ausgleichungsaufgabe	572
§ 119	Fehlergleichungen mit verschiedenartigen Beobachtungsgrößen. Fehlerdifferenzgleichungen	579
§ 120	Funktionen der ausgeglichenen Beobachtungen bei Ausgleichung nach bedingten Beobachtungen	584
Ausgleichungsrechnung mit Matrizen		
§ 121	Ausgleichung nach bedingten und nach vermittelnden voneinander unabhängigen Beobachtungen	590
§ 122	Das allgemeine Fehlerfortpflanzungsgesetz und das Rechnen mit Gewichtskoeffizientenmatrizen	600
§ 123	Das allgemeinste Problem der Ausgleichungsrechnung	608
§ 124	Der Unterfall vermittelnder Beobachtungen mit Bedingungsgleichungen zwischen den Unbekannten	618
§ 125	Aufspaltung einer Ausgleichung in Teilausgleichungen	624
Ergänzungen zur Fehlertheorie		
§ 126	Die Fehlerwahrscheinlichkeitsfunktion W bei Gaußschem Fehlergesetz. Bemerkungen zum wahrscheinlichen Fehler	630
§ 127	Verschiedene Fehlerpotenzsummen bei Gaußschem Fehlergesetz	637
§ 128	Mittlere Unsicherheit der aus wahren und der aus scheinbaren Fehlern berechneten Fehlermaße	640
§ 129	Vermischung von Beobachtungsreihen mit verschiedenen Fehlergesetzen	650
Theoretische Begründung der Methode der kleinsten Quadrate und des Gaußschen Fehlergesetzes		
§ 130	Erster Gaußscher Beweis der Methode der kleinsten Quadrate und des Fehlergesetzes	655
§ 131	Zweiter Gaußscher Beweis der Methode der kleinsten Quadrate (Methode der größten Gewichte)	668
§ 132	Genauigkeit verschiedener Ausgleichungsmethoden	674
§ 133	Einige Begriffe und Sätze der Statistik	678
§ 134	Das Gesetz über die Fortpflanzung der Standardabweichungen (Fehlerfortpflanzungsgesetz)	704
§ 135	Ableitung der Methode der kleinsten Quadrate mit Hilfe der Statistik	708
§ 136	Geschichtliches zur Ausgleichungsrechnung	715
	Literaturverzeichnis	719

Anhang
Geodätische Rechenhilfsmittel
Von Prof. Dr. Heinz Wittke

§ 1	Nomographie — Bildrechnung	721
§ 2	Rechenschieber	733
§ 3	Recheninstrumente	743
§ 4	Rechenvordrucke	749
§ 5	Rechentafeln	753
§ 6	Addiermittel, Buchungsmaschinen	768
§ 7	Rechenmaschinen	771
§ 8	Lochkartenmaschinen	785
§ 9	Rechenanlagen	789
	Namensverzeichnis	799
	Sachverzeichnis	801