

Inhaltsverzeichnis

	Seite
1 Die geometrischen Eigenschaften des Erdellipsoids	1
11 Geoid, Erdellipsoid und Bezugsellipsoid	1
12 Grundbegriffe und Parameter der Meridianellipse	3
12.1 Die Meridianellipse	3
12.2 Erddimensionen	4
13 Geographische, reduzierte und geozentrische Breite	5
13.1 Geographische Koordinaten auf dem Ellipsoid	5
13.2 Die reduzierte Breite β	6
13.3 Beziehungen zwischen B und β	7
13.4 Die geozentrische Breite γ	9
14 Die Hauptkrümmungshalbmesser	9
14.1 Die Krümmung in einem Flächenpunkt	9
14.2 Der Meridiankrümmungshalbmesser M	10
14.3 Der Querkrümmungshalbmesser N	11
14.4 Weitere Krümmungshalbmesser am Ellipsoid	12
14.5 Tafeln der Meridian- und Querkrümmungshalbmesser	13
15 Die Größen W und V	14
15.1 W und V in Parameterdarstellungen	14
15.2 W und V als Funktionen der reduzierten Breite	14
15.3 Die Ableitungen von η^2 und V nach B	15
15.4 Die praktische Bedeutung von W und V	16
16 Berechnung von Meridian- und Parallelkreisbögen	17
16.1 Meridianbögen beliebiger Ausdehnung	17
16.2 Berechnen kurzer Meridianbögen	18
16.3 Parallelkreisbögen	20
16.4 Meridianbogentafeln	20
17 Der Flächeninhalt der Ellipsoidoberfläche	21
18 Kugeln als Ersatzflächen	23
2 Sphärische Rechnungen und ebene Abbildungen der Kugel	25
21 Der sphärische Exzess	25
22 Berechnung sphärischer Dreiecke	27
22.1 Der Legendresche Satz	27
22.2 Die Soldnersche Additamentenmethode	28
22.3 Zahlenbeispiele 1 bis 3	30
23 Geodätische Koordinatensysteme	31
23.1 Geographische Koordinaten	31
23.2 Geodätische Parallelkoordinaten	32
23.3 Geodätische Polarkoordinaten	32
24 Rechtwinklig-sphärische (Soldnersche) Koordinaten	33
24.1 Geodätische Übertragung mit Strecke und Richtungswinkel	33
24.2 Berechnung von Strecke und Richtungswinkel aus den Koordinaten der Endpunkte	36
24.3 Zahlenbeispiele 4 und 5	36

25	Sphärisches Einschneiden	37
25.1	Vorwärtseinschneiden	37
25.2	Rückwärtseinschneiden	38
26	Die Verebnung der Kugel nach J. H. Soldner	38
26.1	Allgemeines zur ebenen Abbildung der Kugel	38
26.2	Die Soldnersche Polyedermethode	39
27	Die ordinatentreue Abbildung der Kugel in der Ebene	40
27.1	Das Abbildungsgesetz	40
27.2	Die Richtungsreduktion	41
27.3	Die Entfernungsreduktion und das Vergrößerungsverhältnis	43
27.4	Die Flächenreduktion	45
27.5	Die ordinatentreue Abbildung in der Praxis	46
28	Die konforme Abbildung der Kugel nach C. F. Gauß	47
28.1	Das Abbildungsgesetz und das Vergrößerungsverhältnis	48
28.2	Die Richtungsreduktion	50
28.3	Die Entfernungsreduktion	52
28.4	Die Flächenreduktion	53
28.5	Die Übertragung Gaußscher Koordinaten mit Richtungs- und Entfernungsreduktionen	53
28.6	Zahlenbeispiel 6	54
29	Vergleich der ordinatentreuen und der Gaußschen Abbildung	54
3	Die geodätische Linie auf dem Umdrehungsellipsoid	57
31	Vertikalschnitte auf dem Ellipsoid	57
32	Definition und geometrische Eigenschaften der geodätischen Linie	58
32.1	Krümmung und Windung von Raumkurven	58
32.2	Geodätische Krümmung und geodätische Linie	59
32.3	Geodätischer Kreis und geodätische Parallele	60
33	Die Differentialgleichung der geodätischen Linie in einem räumlichen Koordinatensystem und die Weingartenschen Entwicklungen	60
33.1	Aufstellen der Differentialgleichungen	61
33.2	Die Weingartenschen Entwicklungen	62
34	Beziehungen zwischen geodätischen Linien und Vertikalschnittbögen. Reduktion der Horizontalwinkel	66
34.1	Azimuthunterschied zwischen geodätischer Linie und Vertikalschnittbogen	67
34.2	Entfernungsunterschied zwischen geodätischer Linie und Vertikalschnittbogen	68
34.3	Reduktion eines Vertikalschnittbogens bei großer Höhe des Zielpunktes	69
34.4	Sonstige Reduktionen	71
35	Die geodätische Linie in einem System von Parameterkurven auf einer allgemeinen Fläche	72
35.1	Die Gaußsche Parameterdarstellung einer Fläche und die Fundamentalgrößen I. O.	73
35.2	Die geodätische Linie in einem System von einander rechtwinklig schneidenden Koordinatenlinien	74
36	Die geodätische Linie in ellipsoidischen Orthogonalsystemen	76
36.1	Im System der geographischen Koordinaten	77
36.2	In einem System von ellipsoidischen rechtwinkligen Parallelkoordinaten	78
36.3	In einem ellipsoidischen Polarkoordinatensystem	79
37	Die Krümmung der Ellipsoidoberfläche und die Größen m und n	80
37.1	Das Theorema egregium	80
37.2	Die reduzierte Länge m der geodätischen Linie	81
37.3	Der Abszissenverjüngungsfaktor n	83

38 Die Berechnung ellipsoidischer Dreiecke	85
38.1 Ellipsoid und Gaußsche Schmiegunskugel	85
38.2 Der ellipsoidische Exzeß und der Legendresche Satz auf dem Ellipsoid	86
4 Geographische Koordinaten auf dem Ellipsoid	88
41 Überblick über die Lösungen der geodätischen Hauptaufgaben	88
42 Die Lösung der 1. geodätischen Hauptaufgabe mittels Legendrescher Reihen	90
42.1 Die überkommene Entwicklung der Reihen	90
42.2 Formeln und Tafeln von H. Boltz	94
43 Die Lösung der 1. geodätischen Hauptaufgabe nach Schreiber und Schödlbauer	96
43.1 Berechnung der Katheten des rechtwinkligen ellipsoidischen Dreiecks $P_1P_2P_3$	96
43.2 Die Übertragungsgleichungen für Breite und Länge	97
43.3 Bestimmung des Gegenazimuts A_2	97
43.4 Zusammenstellung der Rechenformeln	98
43.5 Zahlenbeispiel 7	100
44 Die Gaußschen Mittelbreitenformeln zur Lösung beider Hauptaufgaben	101
44.1 Einführen der Mittelbreite	101
44.2 Die Gauß-Helmertsche Lösung der 2. Hauptaufgabe	104
44.3 Gauß' indirekte Lösung der 1. Hauptaufgabe	106
44.4 Zahlenbeispiel 8	106
45 Potenzreihenentwicklungen zur Lösung beider Hauptaufgaben	107
45.1 Ansatz der Lösung	107
45.2 Die Lösung der 1. Hauptaufgabe	108
45.3 Die Lösung der 2. Hauptaufgabe	111
45.4 Zahlenbeispiele 9 und 10	113
46 Die Bessel-Helmertsche Lösung beider Hauptaufgaben für sehr große Entfernungen	115
46.1 Aufstellen der Differentialgleichungen	115
46.2 Integration der Differentialgleichung für ΔS	117
46.3 Integration der Differentialgleichung für $\Delta \lambda$	120
46.4 Lösung der 1. Hauptaufgabe	122
46.5 Lösung der 2. Hauptaufgabe	123
46.6 Zahlenbeispiel 11	126
5 Rechtwinklige (Soldnersche) Koordinaten auf dem Ellipsoid und ihre ordinatentreue Abbildung in der Ebene	127
51 Einführen ellipsoidischer Soldnersysteme	127
52 Ellipsoidische Soldnerkoordinaten aus geographischen Koordinaten und umgekehrt	128
52.1 Lösung beider Aufgaben durch Potenzreihen mit zwei Veränderlichen	128
52.2 x , y und γ aus ΔB und l durch Reihen mit Potenzen von l	128
52.3 ΔB , l und γ aus x und y durch Reihen mit Potenzen von y	129
53 Die geodätische Übertragung ellipsoidischer Soldner-Koordinaten und ihre Umkehrung	130
53.1 Geodätische Übertragung mit Strecke und Richtungswinkel	130
53.2 Berechnung von Strecke und Richtungswinkel aus den Koordinaten der Endpunkte	131
54 Umformung von ellipsoidischen Soldner-Koordinaten in ein Nachbarsystem	132
55 Die ordinatentreue Abbildung des Ellipsoids in der Ebene	134
55.1 Das Gesetz der ordinatentreuen Abbildung des Ellipsoids	134
55.2 Die preußische Katasterabbildung von 1879	134

6 Die Gaußsche konforme Abbildung des Erdellipsoids in der Ebene	137
61 Die konforme Abbildung allgemeiner Flächen	137
61.1 Allgemeine Konformitätsbedingungen	137
61.2 Thermische Parameter und isotherme Netze	138
61.3 Die Cauchy-Riemannschen Differentialgleichungen	139
61.4 Die Abbildung durch eine analytische Funktion	141
62 Die isometrische Breite auf dem Ellipsoid	143
62.1 Die Definition der isometrischen Breite	143
62.2 Berechnung isometrischer Breitenunterschiede aus den geographischen Breitenunterschieden und umgekehrt	145
62.3 Tafeln der isometrischen Breite	146
63 Die Grundgleichungen der konformen Abbildung von C. F. Gauß	147
63.1 Das Abbildungsgesetz der Gaußschen Abbildung	147
63.2 Entwicklung der Gaußschen aus den geographischen Koordinaten	148
63.3 Entwicklung der geographischen aus den Gaußschen Koordinaten	150
64 Grundgleichungen für Meridiankonvergenz und Vergrößerungsverhältnis	151
64.1 Die Meridiankonvergenz	151
64.1.1 Differentialformeln für die Meridiankonvergenz	151
64.1.2 Berechnung der Meridiankonvergenz aus B und l	152
64.1.3 Berechnung der Meridiankonvergenz aus x und y	153
64.2 Das Vergrößerungsverhältnis	153
64.2.1 Differentialformeln für das Vergrößerungsverhältnis	153
64.2.2 Berechnung des Vergrößerungsverhältnisses aus B und l	155
64.2.3 Berechnung des Vergrößerungsverhältnisses aus x und y	156
64.3 Einführen eines konstanten Maßstabsverjüngungsfaktors $m_0 < 1$	157
65 Potenzreihenentwicklungen für Gaußsche und geographische Koordinaten	157
65.1 Potenzreihen mit zwei Veränderlichen	157
65.2 Potenzreihen für die Berechnung von Δx und y aus ΔB und l	158
65.3 Potenzreihen für die Berechnung von ΔB und l aus Δx und y	160
65.4 Potenzreihen für Meridiankonvergenz und Vergrößerungsverhältnis	161
65.4.1 Berechnung von c und m aus ΔB und l	161
65.4.2 Berechnung von c und m aus Δx und y	162
65.5 Zahlenbeispiele 12 und 13	163
66 Meridianstreifensysteme und Tafelwerke für die Gaußsche Abbildung	164
66.1 Die Anordnung der Meridianstreifensysteme in Deutschland, der UdSSR und den USA	164
66.2 Tafeln zur Auswertung der Abbildungsgleichungen	165
66.3 Koordinatenberechnung durch Interpolieren	166
67 Die geodätische Übertragung Gaußscher Koordinaten und ihre Umkehrung	169
67.1 Übertragung der Koordinaten mit Strecke und Richtungswinkel	169
67.2 Berechnung von Strecke und Richtungswinkel aus den Koordinaten der Endpunkte	173
67.3 Zahlenbeispiele 14 und 15	177
68 Richtungs- und Entfernungsreduktionen bei der Gaußschen Abbildung des Ellipsoids	178
68.1 Allgemeines	178
68.2 Die Richtungsreduktion	179
68.3 Die Entfernungsreduktion	180
68.4 Zahlenbeispiele 16 und 17	182
69 Transformation Gaußscher Koordinaten in Nachbarsysteme	183
69.1 Aufstellen allgemeiner Transformationsformeln	183
69.2 Vereinfachte Rechenformeln	187
69.3 Übergang von Soldnerschen zu Gaußschen Koordinaten	188
69.4 Tafelwerke und neuere Abhandlungen	188
69.5 Zahlenbeispiel 18	189

7 Überblick über weitere konforme Abbildungen	191
71 Die Merkatorabbildung	191
71.1 Die Merkatorabbildung der Kugel	191
71.2 Die Merkatorabbildung des Ellipsoids	192
72 Die konforme Lambertabbildung	193
72.1 Die Ableitung der Grundformeln	194
72.2 Die Konstanten für Lamberts 1. Abbildung	195
72.3 Die Konstanten für Lamberts 2. Abbildung	196
72.4 Rechenformeln für die konforme Lambertabbildung	198
72.41 Rechenformeln aus Reihenentwicklungen	198
72.42 Geschlossene Rechengleichungen	199
73 Die konforme Abbildung des Ellipsoids auf der Kugel	200
73.1 Die Ableitung der Grundformeln	200
73.2 Gauß' 1. Abbildung des Ellipsoids auf der Kugel	202
73.3 Gauß' 2. Abbildung des Ellipsoids auf der Kugel	203
73.4 Rechenwege für Gauß' 2. Abbildung	205
74 Die stereographische Abbildung	206
74.1 Die stereographische Abbildung der Kugel	206
74.11 Die Abbildungsgleichungen	206
74.12 Die Krügerschen Rechengleichungen	207
74.13 Das Vergrößerungsverhältnis	208
74.2 Die Gaußsche stereographische Abbildung des Ellipsoids	209
74.3 Die niederländische stereographische Projektion	210
74.4 Die quasistereographische Abbildung des Ellipsoids nach Roussilhe	211
74.5 Weitere quasistereographische Abbildungen des Ellipsoids	212
75 Die schiefachsige Merkatorprojektion	214
76 Vergleichende Gegenüberstellung der wichtigsten konformen Abbildungen	216
76.1 Die besonderen Eigenschaften der einzelnen Verfahren	216
76.2 Transformation beliebiger konformer Koordinatensysteme in Gaußsche Meridianstreifensysteme	218
8 Anlage der deutschen Landesvermessungen	220
81 Die Berechnungsarbeiten bei einer Landesvermessung	220
82 Das System der Landesvermessung in den ehemals preußischen norddeutschen Ländern	221
83 Kurzer Abriß der deutschen Triangulationen	222
Tafelanhang	228
Tafel I Mathematische Formeln	228
Tafel II Meridianbögen vom Äquator bis zur Breite B	231
Tafel III,1 Numerische Werte der Hauptkrümmungshalbmesser	233
Tafel III,2 Numerische Werte von t^2 , η^2 , $\eta^2 t^2$, $1/2 R^2$, $q/2 R^2$	234
Tafel IV Hilfstafeln für Soldnersche Koordinaten	235
Tafel V Auszug aus den Boltzschen Tafeln für die Breiten 53° und 54°	236
Tafel VI Numerische Koeffizienten der Gaußschen Mittelbreitenformeln	245