

## Inhaltsverzeichnis

	Seite
1 Die geometrischen Eigenschaften des Erdellipsoids . . . . .	1
11 Geoid, Erdellipsoid und Bezugsellipsoid . . . . .	1
12 Grundbegriffe und Parameter der Meridianellipse . . . . .	3
12.1 Die Meridianellipse . . . . .	3
12.2 Erddimensionen . . . . .	4
13 Geographische, reduzierte und geozentrische Breite . . . . .	5
13.1 Geographische Koordinaten auf dem Ellipsoid . . . . .	5
13.2 Die reduzierte Breite $\beta$ . . . . .	6
13.3 Beziehungen zwischen $B$ und $\beta$ . . . . .	7
13.4 Die geozentrische Breite $\gamma$ . . . . .	9
14 Die Hauptkrümmungshalbmesser . . . . .	9
14.1 Die Krümmung in einem Flächenpunkt . . . . .	9
14.2 Der Meridiankrümmungshalbmesser $M$ . . . . .	10
14.3 Der Querkrümmungshalbmesser $N$ . . . . .	11
14.4 Weitere Krümmungshalbmesser am Ellipsoid . . . . .	12
14.5 Tafeln der Meridian- und Querkrümmungshalbmesser . . . . .	13
15 Die Größen $W$ und $V$ . . . . .	14
15.1 $W$ und $V$ in Parameterdarstellungen . . . . .	14
15.2 $W$ und $V$ als Funktionen der reduzierten Breite . . . . .	14
15.3 Die Ableitungen von $\eta^2$ und $V$ nach $B$ . . . . .	15
15.4 Die praktische Bedeutung von $W$ und $V$ . . . . .	16
16 Berechnung von Meridian- und Parallelkreisbögen . . . . .	17
16.1 Meridianbögen beliebiger Ausdehnung . . . . .	17
16.2 Berechnen kurzer Meridianbögen . . . . .	18
16.3 Parallelkreisbögen . . . . .	20
16.4 Meridianbogentafeln . . . . .	20
17 Der Flächeninhalt der Ellipsoidoberfläche . . . . .	21
18 Kugeln als Ersatzflächen . . . . .	23
<b>2 Sphärische Rechnungen und ebene Abbildungen der Kugel . . . . .</b>	<b>25</b>
21 Der sphärische Exzess . . . . .	25
22 Berechnung sphärischer Dreiecke . . . . .	27
22.1 Der Legendresche Satz . . . . .	27
22.2 Die Soldnersche Additamentenmethode . . . . .	28
22.3 Zahlenbeispiele 1 bis 3 . . . . .	30
23 Geodätische Koordinatensysteme . . . . .	31
23.1 Geographische Koordinaten . . . . .	31
23.2 Geodätische Parallelkoordinaten . . . . .	32
23.3 Geodätische Polarkoordinaten . . . . .	32
24 Rechtwinklig-sphärische (Soldnersche) Koordinaten . . . . .	33
24.1 Geodätische Übertragung mit Strecke und Richtungswinkel . . . . .	33
24.2 Berechnung von Strecke und Richtungswinkel aus den Koordinaten der Endpunkte . . . . .	36
24.3 Zahlenbeispiele 4 und 5 . . . . .	36

25	Sphärisches Einschneiden . . . . .	37
25.1	Vorwärtseinschneiden . . . . .	37
25.2	Rückwärtseinschneiden . . . . .	38
26	Die Verebnung der Kugel nach J. H. Soldner . . . . .	38
26.1	Allgemeines zur ebenen Abbildung der Kugel . . . . .	38
26.2	Die Soldnersche Polyedermethode . . . . .	39
27	Die ordinatentreue Abbildung der Kugel in der Ebene . . . . .	40
27.1	Das Abbildungsgesetz . . . . .	40
27.2	Die Richtungsreduktion . . . . .	41
27.3	Die Entfernungsreduktion und das Vergrößerungsverhältnis . . . . .	43
27.4	Die Flächenreduktion . . . . .	45
27.5	Die ordinatentreue Abbildung in der Praxis . . . . .	46
28	Die konforme Abbildung der Kugel nach C. F. Gauß . . . . .	47
28.1	Das Abbildungsgesetz und das Vergrößerungsverhältnis . . . . .	48
28.2	Die Richtungsreduktion . . . . .	50
28.3	Die Entfernungsreduktion . . . . .	52
28.4	Die Flächenreduktion . . . . .	53
28.5	Die Übertragung Gaußscher Koordinaten mit Richtungs- und Entfernungsreduktionen . . . . .	53
28.6	Zahlenbeispiel 6 . . . . .	54
29	Vergleich der ordinatentreuen und der Gaußschen Abbildung . . . . .	54
3	Die geodätische Linie auf dem Umdrehungsellipsoid . . . . .	57
31	Vertikalschnitte auf dem Ellipsoid . . . . .	57
32	Definition und geometrische Eigenschaften der geodätischen Linie . . . . .	58
32.1	Krümmung und Windung von Raumkurven . . . . .	58
32.2	Geodätische Krümmung und geodätische Linie . . . . .	59
32.3	Geodätischer Kreis und geodätische Parallele . . . . .	60
33	Die Differentialgleichung der geodätischen Linie in einem räumlichen Koordinatensystem und die Weingartenschen Entwicklungen . . . . .	60
33.1	Aufstellen der Differentialgleichungen . . . . .	61
33.2	Die Weingartenschen Entwicklungen . . . . .	62
34	Beziehungen zwischen geodätischen Linien und Vertikalschnittbögen. Reduktion der Horizontalwinkel . . . . .	66
34.1	Azimuthunterschied zwischen geodätischer Linie und Vertikalschnittbogen . . . . .	67
34.2	Entfernungsunterschied zwischen geodätischer Linie und Vertikalschnittbogen . . . . .	68
34.3	Reduktion eines Vertikalschnittbogens bei großer Höhe des Zielpunktes . . . . .	69
34.4	Sonstige Reduktionen . . . . .	71
35	Die geodätische Linie in einem System von Parameterkurven auf einer allgemeinen Fläche . . . . .	72
35.1	Die Gaußsche Parameterdarstellung einer Fläche und die Fundamentalgrößen I. O. . . . .	73
35.2	Die geodätische Linie in einem System von einander rechtwinklig schneidenden Koordinatenlinien . . . . .	74
36	Die geodätische Linie in ellipsoidischen Orthogonalsystemen . . . . .	76
36.1	Im System der geographischen Koordinaten . . . . .	77
36.2	In einem System von ellipsoidischen rechtwinkligen Parallelkoordinaten . . . . .	78
36.3	In einem ellipsoidischen Polarkoordinatensystem . . . . .	79
37	Die Krümmung der Ellipsoidoberfläche und die Größen $m$ und $n$ . . . . .	80
37.1	Das Theorema egregium . . . . .	80
37.2	Die reduzierte Länge $m$ der geodätischen Linie . . . . .	81
37.3	Der Abszissenverjüngungsfaktor $n$ . . . . .	83

38 Die Berechnung ellipsoidischer Dreiecke . . . . .	85
38.1 Ellipsoid und Gaußsche Schmiegunskugel . . . . .	85
38.2 Der ellipsoidische Exzeß und der Legendresche Satz auf dem Ellipsoid . . . . .	86
4 Geographische Koordinaten auf dem Ellipsoid . . . . .	88
41 Überblick über die Lösungen der geodätischen Hauptaufgaben . . . . .	88
42 Die Lösung der 1. geodätischen Hauptaufgabe mittels Legendrescher Reihen . . . . .	90
42.1 Die überkommene Entwicklung der Reihen . . . . .	90
42.2 Formeln und Tafeln von H. Boltz . . . . .	94
43 Die Lösung der 1. geodätischen Hauptaufgabe nach Schreiber und Schödlbauer . . . . .	96
43.1 Berechnung der Katheten des rechtwinkligen ellipsoidischen Dreiecks $P_1P_2P_3$ . . . . .	96
43.2 Die Übertragungsgleichungen für Breite und Länge . . . . .	97
43.3 Bestimmung des Gegenazimuts $A_2$ . . . . .	97
43.4 Zusammenstellung der Rechenformeln . . . . .	98
43.5 Zahlenbeispiel 7 . . . . .	100
44 Die Gaußschen Mittelbreitenformeln zur Lösung beider Hauptaufgaben . . . . .	101
44.1 Einführen der Mittelbreite . . . . .	101
44.2 Die Gauß-Helmertsche Lösung der 2. Hauptaufgabe . . . . .	104
44.3 Gauß' indirekte Lösung der 1. Hauptaufgabe . . . . .	106
44.4 Zahlenbeispiel 8 . . . . .	106
45 Potenzreihenentwicklungen zur Lösung beider Hauptaufgaben . . . . .	107
45.1 Ansatz der Lösung . . . . .	107
45.2 Die Lösung der 1. Hauptaufgabe . . . . .	108
45.3 Die Lösung der 2. Hauptaufgabe . . . . .	111
45.4 Zahlenbeispiele 9 und 10 . . . . .	113
46 Die Bessel-Helmertsche Lösung beider Hauptaufgaben für sehr große Entfernungen . . . . .	115
46.1 Aufstellen der Differentialgleichungen . . . . .	115
46.2 Integration der Differentialgleichung für $\Delta S$ . . . . .	117
46.3 Integration der Differentialgleichung für $\Delta \lambda$ . . . . .	120
46.4 Lösung der 1. Hauptaufgabe . . . . .	122
46.5 Lösung der 2. Hauptaufgabe . . . . .	123
46.6 Zahlenbeispiel 11 . . . . .	126
5 Rechtwinklige (Soldnersche) Koordinaten auf dem Ellipsoid und ihre ordinatentreue Abbildung in der Ebene . . . . .	127
51 Einführen ellipsoidischer Soldnersysteme . . . . .	127
52 Ellipsoidische Soldnerkoordinaten aus geographischen Koordinaten und umgekehrt . . . . .	128
52.1 Lösung beider Aufgaben durch Potenzreihen mit zwei Veränderlichen . . . . .	128
52.2 $x$ , $y$ und $\gamma$ aus $\Delta B$ und $l$ durch Reihen mit Potenzen von $l$ . . . . .	128
52.3 $\Delta B$ , $l$ und $\gamma$ aus $x$ und $y$ durch Reihen mit Potenzen von $y$ . . . . .	129
53 Die geodätische Übertragung ellipsoidischer Soldner-Koordinaten und ihre Umkehrung . . . . .	130
53.1 Geodätische Übertragung mit Strecke und Richtungswinkel . . . . .	130
53.2 Berechnung von Strecke und Richtungswinkel aus den Koordinaten der Endpunkte . . . . .	131
54 Umformung von ellipsoidischen Soldner-Koordinaten in ein Nachbarsystem . . . . .	132
55 Die ordinatentreue Abbildung des Ellipsoids in der Ebene . . . . .	134
55.1 Das Gesetz der ordinatentreuen Abbildung des Ellipsoids . . . . .	134
55.2 Die preußische Katasterabbildung von 1879 . . . . .	134

6 Die Gaußsche konforme Abbildung des Erdellipsoids in der Ebene . . . . .	137
61 Die konforme Abbildung allgemeiner Flächen . . . . .	137
61.1 Allgemeine Konformitätsbedingungen . . . . .	137
61.2 Thermische Parameter und isotherme Netze . . . . .	138
61.3 Die Cauchy-Riemannschen Differentialgleichungen . . . . .	139
61.4 Die Abbildung durch eine analytische Funktion . . . . .	141
62 Die isometrische Breite auf dem Ellipsoid . . . . .	143
62.1 Die Definition der isometrischen Breite . . . . .	143
62.2 Berechnung isometrischer Breitenunterschiede aus den geographischen Breitenunterschieden und umgekehrt . . . . .	145
62.3 Tafeln der isometrischen Breite . . . . .	146
63 Die Grundgleichungen der konformen Abbildung von C. F. Gauß . . . . .	147
63.1 Das Abbildungsgesetz der Gaußschen Abbildung . . . . .	147
63.2 Entwicklung der Gaußschen aus den geographischen Koordinaten . . . . .	148
63.3 Entwicklung der geographischen aus den Gaußschen Koordinaten . . . . .	150
64 Grundgleichungen für Meridiankonvergenz und Vergrößerungsverhältnis . . . . .	151
64.1 Die Meridiankonvergenz . . . . .	151
64.1.1 Differentialformeln für die Meridiankonvergenz . . . . .	151
64.1.2 Berechnung der Meridiankonvergenz aus $B$ und $l$ . . . . .	152
64.1.3 Berechnung der Meridiankonvergenz aus $x$ und $y$ . . . . .	153
64.2 Das Vergrößerungsverhältnis . . . . .	153
64.2.1 Differentialformeln für das Vergrößerungsverhältnis . . . . .	153
64.2.2 Berechnung des Vergrößerungsverhältnisses aus $B$ und $l$ . . . . .	155
64.2.3 Berechnung des Vergrößerungsverhältnisses aus $x$ und $y$ . . . . .	156
64.3 Einführen eines konstanten Maßstabsverjüngungsfaktors $m_0 < 1$ . . . . .	157
65 Potenzreihenentwicklungen für Gaußsche und geographische Koordinaten . . . . .	157
65.1 Potenzreihen mit zwei Veränderlichen . . . . .	157
65.2 Potenzreihen für die Berechnung von $\Delta x$ und $y$ aus $\Delta B$ und $l$ . . . . .	158
65.3 Potenzreihen für die Berechnung von $\Delta B$ und $l$ aus $\Delta x$ und $y$ . . . . .	160
65.4 Potenzreihen für Meridiankonvergenz und Vergrößerungsverhältnis . . . . .	161
65.4.1 Berechnung von $c$ und $m$ aus $\Delta B$ und $l$ . . . . .	161
65.4.2 Berechnung von $c$ und $m$ aus $\Delta x$ und $y$ . . . . .	162
65.5 Zahlenbeispiele 12 und 13 . . . . .	163
66 Meridianstreifensysteme und Tafelwerke für die Gaußsche Abbildung . . . . .	164
66.1 Die Anordnung der Meridianstreifensysteme in Deutschland, der UdSSR und den USA . . . . .	164
66.2 Tafeln zur Auswertung der Abbildungsgleichungen . . . . .	165
66.3 Koordinatenberechnung durch Interpolieren . . . . .	166
67 Die geodätische Übertragung Gaußscher Koordinaten und ihre Umkehrung . . . . .	169
67.1 Übertragung der Koordinaten mit Strecke und Richtungswinkel . . . . .	169
67.2 Berechnung von Strecke und Richtungswinkel aus den Koordinaten der Endpunkte . . . . .	173
67.3 Zahlenbeispiele 14 und 15 . . . . .	177
68 Richtungs- und Entfernungsreduktionen bei der Gaußschen Abbildung des Ellipsoids . . . . .	178
68.1 Allgemeines . . . . .	178
68.2 Die Richtungsreduktion . . . . .	179
68.3 Die Entfernungsreduktion . . . . .	180
68.4 Zahlenbeispiele 16 und 17 . . . . .	182
69 Transformation Gaußscher Koordinaten in Nachbarsysteme . . . . .	183
69.1 Aufstellen allgemeiner Transformationsformeln . . . . .	183
69.2 Vereinfachte Rechenformeln . . . . .	187
69.3 Übergang von Soldnerschen zu Gaußschen Koordinaten . . . . .	188
69.4 Tafelwerke und neuere Abhandlungen . . . . .	188
69.5 Zahlenbeispiel 18 . . . . .	189

7	Überblick über weitere konforme Abbildungen . . . . .	191
71	Die Merkatorabbildung . . . . .	191
71.1	Die Merkatorabbildung der Kugel . . . . .	191
71.2	Die Merkatorabbildung des Ellipsoids . . . . .	192
72	Die konforme Lambertabbildung . . . . .	193
72.1	Die Ableitung der Grundformeln . . . . .	194
72.2	Die Konstanten für Lamberts 1. Abbildung . . . . .	195
72.3	Die Konstanten für Lamberts 2. Abbildung . . . . .	196
72.4	Rechenformeln für die konforme Lambertabbildung . . . . .	198
72.41	Rechenformeln aus Reihenentwicklungen . . . . .	198
72.42	Geschlossene Rechengleichungen . . . . .	199
73	Die konforme Abbildung des-Ellipsoids auf der Kugel . . . . .	200
73.1	Die Ableitung der Grundformeln . . . . .	200
73.2	Gauß' 1. Abbildung des Ellipsoids auf der Kugel . . . . .	202
73.3	Gauß' 2. Abbildung des Ellipsoids auf der Kugel . . . . .	203
73.4	Rechenwege für Gauß' 2. Abbildung . . . . .	205
74	Die stereographische Abbildung . . . . .	206
74.1	Die stereographische Abbildung der Kugel . . . . .	206
74.11	Die Abbildungsgleichungen . . . . .	206
74.12	Die Krügerschen Rechengleichungen . . . . .	207
74.13	Das Vergrößerungsverhältnis . . . . .	208
74.2	Die Gaußsche stereographische Abbildung des Ellipsoids . . . . .	209
74.3	Die niederländische stereographische Projektion . . . . .	210
74.4	Die quasistereographische Abbildung des Ellipsoids nach Roussilhe . . . . .	211
74.5	Weitere quasistereographische Abbildungen des Ellipsoids . . . . .	212
75	Die schiefachsige Merkatorprojektion . . . . .	214
76	Vergleichende Gegenüberstellung der wichtigsten konformen Abbildungen . . . . .	216
76.1	Die besonderen Eigenschaften der einzelnen Verfahren . . . . .	216
76.2	Transformation beliebiger konformer Koordinatensysteme in Gaußsche Meridianstreifensysteme . . . . .	218
8	Anlage der deutschen Landesvermessungen . . . . .	220
81	Die Berechnungsarbeiten bei einer Landesvermessung . . . . .	220
82	Das System der Landesvermessung in den ehemals preußischen norddeutschen Ländern . . . . .	221
83	Kurzer Abriß der deutschen Triangulationen . . . . .	222
	Tafelanhang . . . . .	228
Tafel	I Mathematische Formeln . . . . .	228
Tafel	II Meridianbögen vom Äquator bis zur Breite $B$ . . . . .	231
Tafel	III,1 Numerische Werte der Hauptkrümmungshalbmesser . . . . .	233
Tafel	III,2 Numerische Werte von $\epsilon^2$ , $\eta^2$ , $\eta^2 \epsilon^2$ , $1/2 R^2$ , $q/2 R^2$ . . . . .	234
Tafel	IV Hilfstafeln für Soldnersche Koordinaten . . . . .	235
Tafel	V Auszug aus den Boltzschen Tafeln für die Breiten $53^\circ$ und $54^\circ$ . . . . .	236
Tafel	VI Numerische Koeffizienten der Gaußschen Mittelbreitenformeln . . . . .	245