

Inhaltsverzeichnis

Vorwort	v
1 Einleitung: Beispiele und Anwendungen	1
1.1 Anfangswertprobleme	1
1.2 Randwertprobleme	4
I Ein- und Mehrschrittverfahren zur numerischen Lösung von Anfangswertaufgaben	9
2 Einschrittverfahren für Anfangswertprobleme	11
2.1 Definition des Verfahrens	11
2.2 Konsistenz	16
2.2.1 Konsistenzbedingungen	16
2.2.2 Konsistenz spezieller Verfahren	18
2.3 Die Methode der Taylor-Entwicklung	23
2.4 Runge–Kutta-Formeln	25
2.5 Implizite Runge–Kutta-Formeln	33
2.6 Konvergenz	39
2.7 Stabilität	42
2.8 Adaptive Schrittweitenkontrolle	46
2.9 Steife Differentialgleichungen	48
2.9.1 Stabilität von Differentialgleichungen	49
2.9.2 Einseitige Lipschitz-Bedingung und steife Differentialgleichungssysteme	51
2.9.3 Explizite und implizite Verfahren für steife Systeme	58
2.10 Unstetige Galerkin-Verfahren	64
2.10.1 Variationelle Formulierung	65
2.10.2 Galerkin-Approximation und Galerkin-Orthogonalität	66
2.10.3 Fehlerabschätzungen und Schrittweitenkontrolle	69
3 Mehrschrittverfahren für Anfangswertaufgaben	73
3.1 Definition des Verfahrens	73
3.2 Konsistenz von Mehrschrittverfahren	84
3.3 Stabilität und Konvergenz	95
3.4 Charakterisierung der Lipschitz-Stabilität. Die Wurzelbedingung	99

II	Näherungsverfahren für Randwertprobleme	109
4	Schießverfahren für Randwertprobleme	111
4.1	Das einfache Schießverfahren für lineare Randwertprobleme	111
4.2	Das einfache Schießverfahren für nichtlineare Randwertprobleme . . .	117
4.3	Die Mehrzielmethode	119
5	Differenzenverfahren für Randwertprobleme	123
5.1	Singulär gestörte (gewöhnliche) Differentialgleichungen	123
5.2	Differenzenapproximationen für lineare gewöhnliche Differentialgleichungen zweiter Ordnung	126
5.3	Stabilität und Konvergenz mit Maximumprinzipien	129
5.4	Stabilität und Konvergenz mit Hilfe von Kompaktheitsmethoden . . .	134
5.5	Differenzenapproximationen für nichtlineare Randwertprobleme . . .	140
6	Differenzenapproximationen für Randwertprobleme durch Variationsmethoden	148
6.1	Variationelle Formulierung eines eindimensionalen Modellproblems . .	148
6.2	Die einfachste Finite-Elemente-Methode für das Modellproblem . . .	152
6.3	Erste Fehlerabschätzungen	155
6.4	Galerkin-Verfahren für nichtlineare Probleme	165
7	Kollokationsverfahren	168
7.1	Lineare Randwertprobleme m -ter Ordnung	168
7.2	Praktische Aspekte des Kollokationsverfahren	172
8	Adaptive Gitter für Randwertaufgaben gewöhnlicher Differentialgleichungen	175
8.1	Differenzenapproximationen auf nichtäquidistanten Gittern	175
8.2	Interpolationsfehlerindikatoren	176
8.3	Residuen-Schätzer	178
8.4	Gitterverteilungsfunktionen	179
A	Theorie gewöhnlicher Differentialgleichungen	184
A.1	Existenz und Eindeutigkeit von Lösungen von Anfangswertproblemen	184
A.2	Lineare Differentialgleichungen	186
A.3	Systeme mit konstanten Koeffizienten	190
A.4	Lineare Differentialgleichungen n -ter Ordnung	192
A.5	Lineare Differentialgleichungen n -ter Ordnung mit konstanten Koeffizienten	195
A.6	Lineare Randwertaufgaben zweiter Ordnung	199
B	Theoretische Übungsaufgaben	205

C Praktische Übungsaufgaben mit Musterlösungen	241
Literaturverzeichnis	269
Abbildungsverzeichnis	273
Tabellenverzeichnis	275
Index	277