

Inhaltsverzeichnis

| | | |
|----------|--|-----------|
| 1 | Fragestellungen der Festigkeitslehre | 1 |
| 2 | Grundprinzipien einer Festigkeitsbetrachtung | 6 |
| 2.1 | Vorgehensweise beim Festigkeitsnachweis | 6 |
| 2.2 | Äußere Belastung von Bau- und Maschinenteilen | 7 |
| 2.2.1 | Gesamtbelastungen | 8 |
| 2.2.2 | Belastungsarten | 8 |
| 2.2.3 | Belastungsfälle | 9 |
| 2.3 | Wirksame Spannungen | 11 |
| 2.4 | Werkstoffkennwerte | 11 |
| 2.5 | Zulässige Spannungen | 11 |
| 3 | Spannungen, Verzerrungen, Stoffgesetze | 12 |
| 3.1 | Spannung als verteilte innere Kraft | 12 |
| 3.2 | Allgemeine Spannungsdefinition | 13 |
| 3.3 | Normal- und Schubspannungen beim Zugstab | 15 |
| 3.4 | Verschiebungen und Verzerrungen | 17 |
| 3.4.1 | Verformungen bei einachsigen Zug | 17 |
| 3.4.2 | Verformungen durch Schubbelastungen | 19 |
| 3.4.3 | Allgemeine Formänderungen: Verzerrungen | 20 |
| 3.5 | Zusammenhänge zwischen Spannungen und Verzerrungen: Stoffgesetze | 21 |
| 3.5.1 | Zugversuch | 21 |
| 3.5.2 | Spannungs-Dehnungs-Kurven für verschiedene Materialien | 23 |
| 3.5.3 | Elastisches und nichtelastisches Materialverhalten | 24 |
| 3.5.4 | HOOKESches Gesetz bei Zug | 25 |
| 3.5.5 | Querdehnung | 25 |
| 3.5.6 | Volumendehnung | 26 |
| 3.5.7 | HOOKESches Gesetz bei Schub | 26 |
| 3.6 | Wärmedehnung und Wärmespannung | 29 |
| 4 | Stäbe und Stabsysteme | 32 |
| 4.1 | Spannungen und Verformungen bei Stäben | 32 |
| 4.1.1 | Stäbe mit konstanter Normalkraft und konstantem Querschnitt | 32 |
| 4.1.2 | Stäbe mit veränderlichem Querschnitt | 33 |
| 4.1.3 | Stäbe mit veränderlicher Belastung | 35 |
| 4.2 | Statisch bestimmte Stabsysteme | 38 |
| 4.3 | Statisch unbestimmte Stabsysteme | 40 |
| 4.3.1 | Verschiebungsmethode | 40 |
| 4.3.2 | Superpositionsmethode | 42 |
| 4.4 | Reihen- und Parallelschaltung elastischer Stabsysteme | 46 |
| 4.4.1 | Reihenschaltung von Stäben | 46 |
| 4.4.2 | Parallelschaltung von Stäben | 48 |

| | | |
|----------|--|------------|
| 4.4.3 | Kombinationen | 50 |
| 4.5 | Festigkeitsnachweis bei Stäben | 53 |
| 5 | Biegung von Balken und balkenartigen Tragwerken..... | 56 |
| 5.1 | Schnittgrößen und ihre Wirkung | 56 |
| 5.2 | Normalspannung infolge des Biegemoments | 57 |
| 5.2.1 | Berechnung der Normalspannung | 57 |
| 5.2.2 | Unterscheidung von einachsiger und/oder schiefer Biegung | 61 |
| 5.2.3 | Biegespannungsverteilung und maximale Biegespannung bei einachsiger Biegung..... | 62 |
| 5.2.4 | Festigkeitsnachweis bei Biegung..... | 63 |
| 5.3 | Flächenträgheitsmomente | 66 |
| 5.3.1 | Definition der Flächenträgheitsmomente..... | 66 |
| 5.3.2 | Berechnung der Flächenträgheitsmomente einzelner Querschnittsprofile | 67 |
| 5.3.3 | Flächenträgheitsmomente und Widerstandsmomente bei Biegung | 70 |
| 5.3.4 | Flächenträgheitsmomente für parallel verschobene Bezugachsen | 72 |
| 5.3.5 | Flächenträgheitsmomente beliebig zusammengesetzter Querschnittsflächen | 74 |
| 5.3.6 | Flächenträgheitsmomente für gedrehtes Bezugssystem | 78 |
| 5.3.7 | Hauptachsen und Hauptträgheitsmomente | 80 |
| 5.4 | Biegeverformungen von Balken | 82 |
| 5.4.1 | Differentialgleichungen der Biegelinie..... | 83 |
| 5.4.2 | Ermittlung der Biegelinie durch Integration der Differentialgleichung..... | 85 |
| 5.4.3 | Einbereichsprobleme | 86 |
| 5.4.4 | Mehrbereichsprobleme | 90 |
| 5.4.5 | Biegelinien und Verformungen von grundlegenden Balkenproblemen..... | 92 |
| 5.4.6 | Ermittlung der Biegelinie durch Superposition grundlegender Belastungsfälle..... | 94 |
| 5.4.7 | Federkonstanten für Balken..... | 98 |
| 5.5 | Statisch unbestimmte Balkenprobleme..... | 99 |
| 5.6 | Schiefe oder zweiachsige Biegung | 102 |
| 5.6.1 | Zweiachsige Biegung mit y und z als Hauptachsen | 103 |
| 5.6.2 | Zweiachsige Biegung für den Fall, dass y und z keine Hauptachsen sind..... | 104 |
| 6 | Schubbeanspruchungen | 109 |
| 6.1 | Schubbeanspruchung beim Abschervorgang..... | 109 |
| 6.2 | Schubspannungen bei Klebverbindungen | 110 |
| 6.3 | Schubspannungen beim Balken und bei balkenartigen Strukturen | 112 |
| 6.3.1 | Balken mit Vollquerschnitt..... | 113 |
| 6.3.2 | Balken mit dünnwandigen Profilen | 115 |
| 6.3.3 | Lage der Schubmittelpunkte bei dünnwandigen Querschnittsprofilen | 119 |
| 6.4 | Festigkeitsnachweis bei Schub | 119 |

| | | |
|-----------|--|------------|
| 7 | Torsion von Wellen und Tragstrukturen | 121 |
| 7.1 | Wellen oder Strukturen mit Kreis- bzw. Kreisringquerschnitt..... | 121 |
| 7.1.1 | Berechnung der Schubspannung | 122 |
| 7.1.2 | Verdrehwinkel infolge Torsionsbelastung..... | 124 |
| 7.1.3 | Kreisringquerschnitt | 125 |
| 7.1.4 | Torsionsfederkonstanten von Wellen | 127 |
| 7.2 | Strukturen mit beliebigem Querschnitt..... | 129 |
| 7.2.1 | Schubspannungen und maximale Schubspannungen | 130 |
| 7.2.2 | Verdrehwinkel und spezifischer Verdrehwinkel | 130 |
| 7.2.3 | Torsionsflächenträgheitsmomente und Torsionswiderstandsmomente für grundlegende Querschnitte..... | 130 |
| 7.3 | Festigkeitsnachweis bei Torsion..... | 133 |
| 8 | Mehrachsig und überlagerte Beanspruchungen | 135 |
| 8.1 | Einteilung der auftretenden Spannungszustände | 135 |
| 8.2 | Ebener Spannungszustand | 136 |
| 8.2.1 | Spannungen an einem Volumenelement | 136 |
| 8.2.2 | Spannungen an einem gedrehten Volumenelement..... | 137 |
| 8.2.3 | Hauptnormalspannungen | 138 |
| 8.2.4 | Hauptschubspannung..... | 139 |
| 8.2.5 | MOHRscher Spannungskreis | 140 |
| 8.2.6 | Sonderfälle des ebenen Spannungszustandes | 143 |
| 8.3 | Ebener Verzerrungszustand..... | 148 |
| 8.4 | Verallgemeinertes HOOKEsches Gesetz | 149 |
| 8.4.1 | HOOKEsches Gesetz beim ebenem Spannungszustand..... | 149 |
| 8.4.2 | HOOKEsches Gesetz beim ebenen Verzerrungszustand | 150 |
| 8.5 | Festigkeitsberechnung bei mehrachsigen Spannungszuständen..... | 151 |
| 8.5.1 | Festigkeitsbedingung..... | 152 |
| 8.5.2 | Festigkeitsannahmen..... | 152 |
| 8.6 | Überlagerung grundlegender Belastungen | 153 |
| 8.6.1 | Zug- und Biegebelastung bei Balken und balkenartigen Strukturen | 154 |
| 8.6.2 | Biege- und Torsionsbelastung von Wellen..... | 158 |
| 8.6.3 | Zug- und Torsionsbelastung in einer Rohrstruktur..... | 162 |
| 9 | Stabilitätsprobleme bei Stäben und Balken | 165 |
| 9.1 | Knicken von Stäben..... | 165 |
| 9.1.1 | Ermittlung der Knickkraft | 166 |
| 9.1.2 | Knickfälle nach EULER..... | 168 |
| 9.1.3 | Knickkraft, freie Knicklänge und Knickspannung | 168 |
| 9.2 | Kippen von Balken..... | 172 |
| 10 | Energiemethoden | 175 |
| 10.1 | Arbeit der äußeren Kräfte: Formänderungsarbeit..... | 176 |
| 10.2 | Arbeit der inneren Kräfte: Elastische Energie | 176 |
| 10.2.1 | Elastische Energiedichte beim einachsigen Spannungszustand | 176 |
| 10.2.2 | Elastische Energiedichte beim ebenen Spannungszustand | 178 |
| 10.2.3 | Elastische Energiedichte bei reiner Schubbeanspruchung | 178 |

| | | |
|----------------------------|---|------------|
| 10.2.4 | Elastische Energie bei Zug- oder Druckbelastung eines Stabs..... | 178 |
| 10.2.5 | Elastische Energie bei Biegebelastung von Balken und balkenartigen Strukturen..... | 179 |
| 10.2.6 | Elastische Energie bei Torsionsbelastung von Wellen und Tragstrukturen | 179 |
| 10.2.7 | Elastische Energie bei überlagerter Belastung..... | 180 |
| 10.3 | Arbeitssatz der Elastostatik..... | 180 |
| 10.4 | Satz von CASTIGLIANO | 182 |
| 10.5 | Satz von MENABREA..... | 186 |
| 11 | Klausuraufgaben | 188 |
| 11.1 | Aufgabenstellungen..... | 188 |
| 11.2 | Ergebnisse..... | 193 |
| Anhang | | 200 |
| A1 | Werkstoffkennwerte für die Festigkeitsberechnung..... | 200 |
| A2 | Sicherheitsfaktoren für die Festigkeitsberechnung..... | 201 |
| A3 | Dichte, Querdehnzahlen und Wärmeausdehnungskoeffizienten von Werkstoffen..... | 201 |
| A4 | Wichtige Formelzeichen..... | 202 |
| Literatur | | 205 |
| Sachwortverzeichnis | | 206 |