
Inhaltsverzeichnis

Inhaltsverzeichnis	I
Abbildungsverzeichnis	V
Tabellenverzeichnis	VII
1 Einleitung	1

Teil I Probabilistische dynamische Systeme

2 Deterministische Prozesse	11
2.1 Lineare homogene Differentialgleichungen	11
2.2 Lineare inhomogene Differentialgleichungen	13
2.3 Lineare Differentialgleichungen höherer Ordnung	14
2.4 Nichtlineare Differentialgleichungen	16
2.5 Nichtautonome Differentialgleichungen	17
2.6 Partielle Differentialgleichungen	18
3 Stochastische Prozesse	21
3.1 Rauschprozess, <i>Markov</i> -Eigenschaft und Martingale	22
3.2 Stochastische Konvergenzbegriffe	23
3.3 <i>Wiener</i> -Prozess und weißes Rauschen	24
3.4 Stochastische Differential- und Integralgleichungen	29
3.5 Itô und Stratonovich	31
3.6 Simulation stochastischer Differentialgleichungen	34
3.7 <i>Chapman-Kolmogoroff</i> -Gleichung und <i>Kramers-Moyal</i> -Entwicklung ..	35
3.8 <i>Pawula</i> -Theorem und <i>Fokker-Planck</i> -Gleichung	38
3.9 Zusammenhang zwischen <i>Fokker-Planck</i> - und <i>Itô</i> -Gleichung	40

4 Zustandsraummodelle und Filter	43
4.1 Zustandsraummodelle	43
4.2 Allgemeiner nichtlineare Filter und Normalkorrelation	44
4.3 <i>Kalman</i> -Filter	45
4.4 Entwicklung der Momente	46
4.4.1 Erweiterter <i>Kalman</i> -Filter (EKF)	48
4.4.2 Second-Order Nonlinear Filter (SNF)	49
4.4.3 Higher-Order Nonlinear Filter (HNF)	50
4.4.4 Weitere nichtlineare <i>Kalman</i> -Varianten	53
4.5 Stützstellenbasierte Verfahren	54
4.5.1 Unscented <i>Kalman</i> -Filter (UKF)	54
4.5.2 <i>Gauß-Hermite</i> -Filter (GHF)	58
4.6 Zusammenhang zwischen <i>Gauß</i> schen Filtern	59
4.7 Diskretisierung der <i>Itô</i> -Gleichung	60
4.7.1 Ursprüngliche LL-Methode	61
4.7.2 Verbesserte LL-Methode	62
4.8 Matrixdarstellung des <i>Fokker-Planck</i> -Operators	63
4.9 Simulationsbasierte Filter	67
4.10 Filterperformance im <i>Ginzburg-Landau</i> -Modell	68
5 Parameterschätzung und Glätter	73
5.1 Optimale Zustandsschätzung und allgemeiner nichtlinearer Glätter ..	73
5.2 <i>Kalman</i> -Glätter	75
5.3 Kontinuierlich/diskreter <i>Kalman</i> -Glätter	76
5.3.1 Extended <i>Kalman</i> -Smoother (EKS)	77
5.3.2 Second-Order Nonlinear Smoother (SNS)	79
5.4 Maximum-Likelihood Schätzung der Parameter	79
5.5 <i>Bayes</i> -Schätzung im erweiterten Zustandsraum	83
5.6 Schätzung grundlegender Modelle	85
5.6.1 <i>Ornstein-Uhlenbeck</i> -Prozess	86
5.6.2 <i>Ginzburg-Landau</i> -Modell	92
5.6.3 <i>Lorenz</i> -Modell	95
5.6.4 Tracking-Problem	101
5.6.5 <i>Cox-Ingersoll-Ross</i> -Modell (CIR)	105
5.6.6 Zusammenfassung der Simulationsergebnisse	108
5.7 Numerische Rezepte	109
5.7.1 Positiv-Definite Filterfehler-Kovarianzmatrix	110
5.7.2 Symmetrische Filterfehler-Kovarianzmatrix	111
5.7.3 Pruning und alternative Matrixzerlegungen	112

Teil II Ökonomische Modelle

6	Entwicklung der ökonomischen Theorie	119
7	Lineare ökonomische Modelle	123
7.1	Das Konjunkturzyklus-Modell von Phillips	123
7.1.1	Modellgleichungen	123
7.1.2	Daten und Modellanalyse	126
7.2	Das neoklassische Wachstumsmodell	129
7.2.1	Grundlegende Modellgleichungen	129
7.2.2	Stabilität des Wachstumsgleichgewichts	132
7.2.3	Abschreibungen und technischer Fortschritt	133
7.2.4	Analyse mit realen Daten	135
7.3	Das Neu- <i>Keynesianische</i> Standardmodell	139
7.3.1	Zeitdiskrete Grundgleichungen	140
7.3.2	Das zeitstetige NKM-Modell	142
7.3.3	Der Nominalzins als geldpolitische Instrumentenvariable	147
7.4	Die zeitverschobene Konsumwirkung	152
7.4.1	<i>Taylor</i> -linearisiertes Konsummodell	153
7.4.2	Höhere <i>Taylor</i> -Entwicklungen des Konsummodells	155
8	Nichtlineare ökonomische Modelle	159
8.1	IS-LM-AD-Hybridmodell	159
8.1.1	Grundlegende Modellgleichungen	159
8.1.2	Investitions-, Spar- und Liquiditätspräferenzfunktion	164
8.1.3	Simulation des IS-LM-AD-Modells	166
8.2	Goodwin's Wachstumskreislauf	169
8.2.1	Goodwin's Modellhypthesen	169
8.2.2	<i>Lotka-Volterra</i> -Form	172
8.2.3	Beschäftigungspolitik und <i>Rössler</i> -Attraktor	176
8.3	Aggregierte Produktion	179
8.3.1	Die Produktionsstruktur	180
8.3.2	Datenexploration	181
8.3.3	State-Space Modell und Parameterschätzung	186
8.3.4	Prognose des Brutto-Inlandsprodukts	190
8.3.5	Inverses Vorzeichen der Substitutionselastizität	191
9	Zusammenfassung	195

Anhang A	199
A.1 <i>Gauß-Hermite-Quadratur</i>	199
A.2 <i>Hodrick-Prescott-Filter</i>	202
Literaturverzeichnis	205
Index	211

Abbildungsverzeichnis

2.1	Phasenraum des <i>Hookschen</i> Pendels	15
2.2	Phasenraum des physikalischen Pendels	16
2.3	Wärmeausbreitung im Medium	19
3.1	<i>Wiener</i> -Prozess und <i>Gaußsches</i> weißes Rauschen	26
3.2	Dreidimensionaler <i>Wiener</i> -Prozess	29
3.3	<i>Euler-Maruyama</i> - und <i>Heun</i> -Trajektorie	35
3.4	Prinzip der <i>Chapman-Kolmogoroff</i> -Gleichung	36
4.1	Prinzip der Unscented Transformation	54
4.2	<i>Hermite</i> -entwickelte Filterdichte	65
4.3	Numerisch integrierte Measurement-Update Dichten	66
4.4	<i>Hopf</i> -Bifurkation des <i>Ginzburg-Landau</i> -Potentials	69
4.5	<i>Ginzburg-Landau</i> -Trajektorie	70
4.6	Filterlösungen für <i>Ginzburg-Landau</i> -Trajektorie	71
5.1	Optimale Glätterfehlerkovarianz	75
5.2	EKS-Trajektorie	79
5.3	<i>Ornstein-Uhlenbeck</i> -Trajektorie	87
5.4	Kerndichte-Schätzung der <i>Ornstein-Uhlenbeck</i> -ML-Schätzer-Verteilung	88
5.5	<i>Bayes</i> -Schätzung der <i>Ornstein-Uhlenbeck</i> -Parameter	90
5.6	Zeitentwicklung der <i>Ginzburg-Landau</i> -Dichte	93
5.7	<i>Bayes</i> -Schätzung der <i>Ginzburg-Landau</i> -Parameter	94
5.8	<i>Lorenz</i> -Attraktor	96
5.9	Simulierte <i>Lorenz</i> -Trajektorie und Attraktor	98
5.10	STS-5 Tracking Daten	101
5.11	Trajektorie des Tracking-Problems	102
5.12	Gefilterte und geglättete Trajektorie des Tracking-Problems	103

5.13	CIR-Prozess	106
5.14	Gefilterte und geglättete CIR-Trajektorie	107
5.15	Kerndichte-Schätzung der <i>Cox-Ingersoll-Ross-Bayes</i> -Schätzer- Verteilung	108
5.16	<i>Gauß-Hermite</i> -Stützstellen mit und ohne Pruning	112
5.17	Destandardisierte Sigma-Punkte mit und ohne Pruning	113
5.18	Rotierte Sigma-Punkte mit und ohne Pruning	114
6.1	Entwicklung der Ökonomischen Theorie	122
7.1	Phasenraum des <i>Phillips</i> -Modells	124
7.2	Simulierte und geglättete Trajektorie des <i>Phillips</i> -Modells	126
7.3	Gefilterte und geglättete Trajektorie des <i>Phillips</i> -Modells	127
7.4	Neoklassisches aggregiertes Wachstumsmodell	131
7.5	Gefilterte und geglättete Trajektorie des <i>Solow-Swan</i> -Modells	136
7.6	Gefilterte und geglättete Trajektorie des NKM-Modells	147
7.7	Wirkung verschiedener Zinsregeln im NKM-Modell	150
7.8	Volkswirtschaftliche Verlustfunktion verschiedener Zinspolitiken	151
7.9	<i>Taylor</i> -entwickeltes Konsummodell 1. Ordnung	154
7.10	<i>Taylor</i> -entwickeltes Konsummodell 2. Ordnung	155
7.11	<i>Taylor</i> -entwickeltes Konsummodell 3. Ordnung	156
8.1	Simulierte Trajektorie des IS-LM-AD-Modells	167
8.2	IS-LM-AD-Trajektorie mit Second-Order Nonlinear Filter und Smoother	168
8.3	Phasenraum des <i>Lotka-Volterra</i> -Modells	173
8.4	Gefilterte und geglättete Trajektorie des <i>Goodwin</i> -Modells	175
8.5	Gefilterte und geglättete <i>Goodwin</i> -Trajektorie im Phasenraum	176
8.6	<i>Rössler</i> -Attraktor	179
8.7	Beobachtungswerte des aggregierten Produktionsmodells	182
8.8	HP-gefilterte Arbeitsbeschäftigung	183
8.9	<i>Fourier</i> -Entwicklung einer ungeraden Funktion	184
8.10	Gefilterte und geglättete Trajektorie des aggregierten Produktionsmodells	188
8.11	Filter- und Glätterfehler des aggregierten Produktionsmodells	189
8.12	Isoquanten des aggregierten Produktionsmodells	191
8.13	Grenzproduktivität und Steigung der CES-Funktion	192

Tabellenverzeichnis

3.1	Itô vs. Stratonovich	34
4.1	Filterperformance im <i>Ginzburg-Landau</i> -Modell	72
5.1	ML-Schätzung der <i>Ornstein-Uhlenbeck</i> -Parameter	88
5.2	<i>Bayes</i> -Schätzung der <i>Ornstein-Uhlenbeck</i> -Parameter	90
5.3	Güte der Parameterschätzungen im <i>Ornstein-Uhlenbeck</i> -Modell	91
5.4	ML-Schätzung der <i>Ginzburg-Landau</i> -Parameter	93
5.5	<i>Bayes</i> -Schätzung der <i>Ginzburg-Landau</i> -Parameter	95
5.6	ML-Schätzung der <i>Lorenz</i> -Parameter	99
5.7	<i>Bayes</i> -Schätzung der <i>Lorenz</i> -Parameter	100
5.8	ML-Schätzung der Tracking-Parameter	104
5.9	<i>Bayes</i> -Schätzung der Tracking-Parameter	104
5.10	Güte der Parameterschätzungen im Tracking-Problem	105
5.11	ML-Schätzung der CIR-Parameter	106
5.12	<i>Bayes</i> -Schätzung der CIR-Parameter	107
7.1	ML-Schätzung der <i>Phillips</i> -Parameter	128
7.2	ML-Schätzung der <i>Solow-Swan</i> -Parameter	137
7.3	ML-Schätzung der NKM-Parameter	146
7.4	Eigenwerte der NKM-Systemmatrix	149
7.5	ML-Schätzer der Konsumparameter	154
8.1	Parameter des IS-LM-AD-Modells	167
8.2	ML-Schätzung der <i>Goodwin</i> -Parameter	174
8.3	ML-Schätzung der aggregierten Produktionsparameter	187
8.4	Prognoseleistung des aggregierten Produktionsmodells	190