

Inhaltsverzeichnis von Bd. I

Kapitel 1: Grundzüge der Mengenlehre	11
Die Spezifizierung von Mengen	13
Gleichheit von Mengen: Das Extensionalitätsaxiom	17
Mengen von Mengen	19
Teilmengen	21
Elemente versus Teilmengen	22
Potenzmengen	24
Übungen	24
Literaturhinweise	26
Kapitel 2: Symbolische Logik	28
Aussagenlogik	28
Aussagen	30
Die logischen Verknüpfungen	32
1. Konjunktion	32
2. Disjunktion	34
3. Negation	36
4. Konditional	38
5. Bikonditional	43
Komplexere Aussagen	45
Tautologien und Kontradiktionen	50
Logische Äquivalenz	52
Schlüsse	61
Gültigkeit und Wahrheit	67
Schlußregeln	68
Der Konditionalbeweis	74
Der indirekte Beweis	77
Übungen	79
Kapitel 3: Prädikatenlogik	86
Terme, Prädikate, Aussagefunktionen	87
Quantoren	90

Gebundene und freie Variable	93
Das Universum der Rede	96
Die Spezifizierung von Mengen	98
Die Darstellung von All- und Existenzsätzen	99
Tautologien, Kontradiktionen und logische Äquivalenz	104
Schlüsse mit Quantoren	109
1. Universelle Spezialisierung	111
2. Universelle Generalisierung	112
3. Existenzielle Generalisierung	115
4. Existenzielle Spezialisierung	116
Der Konditionalbeweis im Prädikatenkalkül	120
Schlüsse, die Aussagen mit zwei oder mehr Quantoren enthalten	123
Übungen	127
Literaturhinweise	132
 Kapitel 4: Weitere Aspekte der Mengenlehre	 134
Einige mengentheoretische Prädikate	134
Einige Theoreme über Mengen	136
Der informelle Beweisstil für mathematische Beweise	138
Mengentheoretische Operationen	142
1. Vereinigung	142
2. Durchschnitt	146
3. Das relative Komplement	148
4. Das absolute Komplement	150
Venn-Diagramme	151
Mengentheoretische Gleichheiten	158
Übungen	162
 Kapitel 5: Geordnete Paare, Kartesische Produkte, Relationen und Funktionen	 166
Geordnete Paare	166
Kartesische Produkte	169
Relationen	171

Vorbereich und Nachbereich einer Relation	173
Universelle, leere und Identitätsrelationen	174
Komplementäre und inverse Relationen	175
Eigenschaften von Relationen	176
1. Reflexivität	176
2. Symmetrie	177
3. Transitivität	180
4. Konnexität	182
Diagramme von Relationen	183
Eigenschaften von komplementären und inversen Relationen	186
Äquivalenzrelationen und Zerlegungen	192
Funktionen	198
Inverse Funktionen	202
Kompositionen	205
Identitätsfunktionen	207
Inverse von Kompositionen	209
Übungen	212

Kapitel 6: Ordnungen, Operationen, Konfigurationen und Isomorphismen 217

Ordnungen	217
Terminologisches	221
Bäume	227
1. Dominanz	229
2. Präzedenz	231
3. Etikettierung	234
Operationen	239
Eigenschaften von Operationen	240
1. Wohldefiniiertheit	241
2. Abgeschlossenheit	241
3. Assoziativität	242
4. Kommutativität	242
5. Idempotenz	243
6. Distributivität	243

7. Identitätselemente	244
8. Inverse Elemente	245
9. Null-Elemente	247
Mathematische Konfigurationen mit Operationen	247
1. Gruppen	248
2. Untergruppen	251
3. Monoide	253
4. Untermonoide	254
5. Halbgruppen	255
Ketten	256
Isomorphismen	260
Übungen	268
 Kapitel 7: Unendliche Mengen	271
Gleichmächtige Mengen und Mächtigkeit	
Abzählbarkeit von Mengen	275
Überabzählbare Menge	281
Übungen	288
Literaturhinweise	289
 Bibliographie	290
Antworten zu ausgewählten Übungen	299
Verzeichnis der Symbole	316
Register	319