

Table des matières

1 Introduction

1.1	Interprétation de la théorie des suites de Sturm en termes de signatures et d'indice de Maslov	1
1.2	Énoncé du théorème fondamental de la K-théorie hermitienne et esquisse de notre démonstration	4
1.3	Relation avec la périodicité de Bott	8
1.4	Plan du mémoire	9
1.5	Conseils de lecture pour le lecteur pressé	11
	Avertissement	12
	Crédits	12

2 Algèbre linéaire symplectique

2.1	Définitions et notations	13
2.2	Formes de Sturm	19
2.3	Réduction symplectique, formes génératrices	23
2.4	Raffinements de la proposition 2.2.4	25

3 Sur la “composante connexe” du point base dans la lagrangienne infinie

3.1	La proposition clé	31
3.2	Relations entre la proposition 3.1.1 et la théorie de Ranicki [Ra4] [Ra1]	36
3.3	Compléments : formes primitives, formes d'enlacement	37
3.3.1	Formes primitives	37
3.3.2	Lagrangiens et formes d'enlacement	42

4	Le théorème fondamental de la K-théorie hermitienne, à la Karoubi-Villamayor	
4.1	Énoncé	47
4.2	Démonstrations	52
4.3	Indice de Maslov d'un quasi-lacet de lagrangiens	59
4.4	Commentaires sur la définition de l'indice de Maslov, relation avec la théorie de Ranicki (suite)	62
4.5	Un avatar du groupe $(\pi_0 \mathcal{F})(R)$: le groupe $V(R)$ de Karoubi	65
4.5.1	Le groupe $V(R)$	65
4.5.2	Liens entre les groupes $V(R)$ et $(\pi_0 \mathcal{F})(R)$	73
4.5.3	Retour sur la définition de l'indice de Maslov	75
4.6	Indice de Maslov et formes d'enlacement sur $k[T]$ (k un corps)	77
4.7	Versions topologiques du théorème 4.2.10	82
4.8	Bande-annonce du chapitre 6	88
5	Suites de Sturm et H_2 de l'homomorphisme hyperbolique	
5.1	L'extension centrale canonique de $\mathrm{ESp}(R) \cdot \mathrm{GL}(R)$ par $V(R)$	91
5.2	Démonstrations concernant l'homomorphisme μ	97
5.3	Démonstrations concernant l'homomorphisme λ	104
5.4	Interprétation de l'isomorphisme $A(R) \cong V(R)$ en termes d'homologie des groupes	115
6	Généralisations	
6.1	Le cas linéaire (périodicité de Bott "complexe")	126
6.2	Le cas bilinéaire (périodicité de Bott "réelle")	131
6.2.1	Définition des foncteurs \mathcal{L}_i	132
6.2.2	Relation entre \mathcal{L}_{i+1} et $\Omega^S \mathcal{L}_i$ pour $i \equiv 0 \pmod{2}$	142
6.2.3	Relation entre \mathcal{L}_{i+1} et $\Omega^{\mathrm{Gm}} \mathcal{L}_i$ pour $i \equiv 1 \pmod{2}$	146
Appendices		
A	Technologie des formes de Sturm	
A.1	Version matricielle de la proposition 2.2.2	159
A.2	Sur les formes de Sturm non-dégénérées	161
A.3	Calcul de Déterminants	163

A.4	Identité du trinôme et formes de Sturm	165
A.5	Formes de Sturm et résidu de formes bilinéaires symétriques	169
B	Démonstration de la proposition 2.4.4	171
C	Sur le graphe bipartite associé à la relation de transversalité des lagrangiens	177
D	Invariance homotopique du ${}_-\mathcal{W}_1$	
D.1	Sur l'invariant de Witt d'un lagrangien libre	186
D.2	Le lemme de Pardon	188
D.3	Linéarisation à la Balmer [BA]	191
D.4	Démonstration du théorème D	193
	Références	197