

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Die Systeme der reellen und komplexen Zahlen</b> . . . . .	1
1.1	Axiomatische Einführung der reellen Zahlen . . . . .	1
1.2	Natürliche Zahlen und vollständige Induktion . . . . .	12
1.3	Die ganzen und rationalen Zahlen . . . . .	18
1.4	Der Körper der komplexen Zahlen . . . . .	21
1.5	Die Standardvektorräume $\mathbb{R}^n$ und $\mathbb{C}^n$ . . . . .	28
1.6	Einige wichtige Ungleichungen . . . . .	31
<b>2</b>	<b>Folgen reeller und komplexer Zahlen</b> . . . . .	35
2.1	Definitionen, Beispiele, grundlegende Feststellungen . . . . .	35
2.2	Permanenzeigenschaften (Rechenregeln) für konvergente Folgen . . . . .	42
2.3	Prinzipien der Konvergenztheorie . . . . .	45
<b>3</b>	<b>(Unendliche) Reihen</b> . . . . .	52
3.1	Definitionen und erste Beispiele . . . . .	52
3.2	Konvergenzkriterien für reelle Reihen . . . . .	57
3.3	Reihen mit beliebigen Gliedern, absolute Konvergenz . . . . .	61
3.4	Umordnung von Reihen, Reihenprodukte . . . . .	65
3.5	Elementares über Potenzreihen . . . . .	69
3.6	Der Große Umordnungssatz . . . . .	72
<b>4</b>	<b>Stetigkeit, Grenzwerte von Funktionen</b> . . . . .	76
4.1	Grundbegriffe . . . . .	76
4.2	Stetigkeit . . . . .	84
4.3	Grenzwerte bei Funktionen . . . . .	93
<b>5</b>	<b>Funktionenfolgen, Funktionenreihen, Potenzreihen</b> . . . . .	99
5.1	Punktweise und gleichmäßige Konvergenz . . . . .	100
5.2	Potenzreihen . . . . .	105
<b>6</b>	<b>Elementare (transzendente) Funktionen</b> . . . . .	110
6.1	Die komplexe Exponentialfunktion . . . . .	110
6.2	Die trigonometrischen Funktionen und die Hyperbelfunktionen . . . . .	115
6.3	Natürlicher Logarithmus und allgemeine Potenzen . . . . .	121
6.4	Die Umkehrfunktionen der trigonometrischen und hyperbolischen Funktionen . . . . .	123
<b>7</b>	<b>Grundlagen der Integral- und Differenzialrechnung</b> . . . . .	126
7.1	Das Integral für Treppenfunktionen und Regelfunktionen . . . . .	126
7.2	Grundlagen der Differenzialrechnung . . . . .	135
7.3	Der Hauptsatz der Differenzial- und Integralrechnung . . . . .	147
7.4	Integriertechniken . . . . .	153
<b>8</b>	<b>Anwendungen der Differenzial- und Integralrechnung</b> . . . . .	158
8.1	Taylor'sche Formel und Taylorreihen . . . . .	158

8.2	Fixpunktiteration und Newton-Verfahren . . . . .	164
8.3	Interpolation und einfache Quadraturformeln . . . . .	171
8.4	Uneigentliche Integrale, $\Gamma$ -Funktion . . . . .	175
8.5	Bernoulli'sche Polynome und $-Z$ -ahlen, Euler'sche Summenformel . . . . .	185
8.6	Fourierreihen (Einführung in die Theorie) . . . . .	194
8.7	Differenzierbare Kurven und ihre Geometrie . . . . .	205
<b>9</b>	<b>Metrische Räume und ihre Topologie</b> . . . . .	<b>211</b>
9.1	Grundbegriffe . . . . .	211
9.2	Konvergenz, Cauchy-Folgen, Vollständigkeit . . . . .	220
9.3	Stetigkeit, gleichmäßige Konvergenz, stetige Fortsetzbarkeit, Grenzwerte . . . . .	228
9.4	Kompaktheit, stetige Funktionen auf kompakten Räumen . . . . .	238
9.5	Wege, Zusammenhangsbegriffe . . . . .	245
9.6	Der Satz von Stone-Weierstraß . . . . .	249
<b>10</b>	<b>Differenzialrechnung in mehreren Variablen</b> . . . . .	<b>252</b>
10.1	Partielle Ableitungen . . . . .	252
10.2	Höhere partielle Ableitungen, Satz von Schwarz . . . . .	255
10.3	(Totale) Differenzierbarkeit, Kettenregel . . . . .	257
10.4	Differenzierbarkeit in $\mathbb{C}$ , Cauchy-Riemann'sche Differenzialgleichungen . . . . .	264
10.5	Lokale Extremwerte, Taylor'sche Formel . . . . .	266
10.6	Der lokale Umkehrsatz . . . . .	271
10.7	Der Satz über implizite Funktionen . . . . .	275
10.8	Untermannigfaltigkeiten im $\mathbb{R}^n$ . . . . .	277
10.9	Extrema unter Nebenbedingungen, Lagrange'sche Multiplikatoren . . . . .	283
<b>11</b>	<b>Integralrechnung in mehreren Variablen</b> . . . . .	<b>286</b>
11.1	Parameterabhängige und $n$ -fache Integrale . . . . .	287
11.2	Das Integral für stetige Funktionen mit kompaktem Träger . . . . .	292
11.3	Fortsetzung des Integrals auf halbstetige Funktionen . . . . .	295
11.4	Berechnung von Volumina einiger kompakter Mengen . . . . .	303
11.5	Die Lebesgue-integrierbaren Funktionen . . . . .	306
11.6	Die Grenzwertsätze von Beppo Levi und Lebesgue . . . . .	309
11.7	Nullmengen und fast überall geltende Eigenschaften . . . . .	313
11.8	Der Banachraum $L^1$ und der Hilbertraum $L^2$ . . . . .	319
11.9	Parameterabhängige Integrale, Fouriertransformierte . . . . .	322
11.10	Die Transformationsformel für Lebesgue-integrierbare Funktionen . . . . .	327
11.11	Integration über Untermannigfaltigkeiten im $\mathbb{R}^n$ . . . . .	330
<b>12</b>	<b>Vektorfelder, Kurvenintegrale, Integralsätze</b> . . . . .	<b>337</b>
12.1	Vektorfelder, Kurvenintegrale, Pfaff'sche Formen . . . . .	337
12.2	Die Integralsätze von Gauß und Stokes . . . . .	345
	<b>Literatur</b> . . . . .	<b>361</b>
	<b>Symbolverzeichnis</b> . . . . .	<b>362</b>
	<b>Namen- und Sachverzeichnis</b> . . . . .	<b>365</b>