

Inhaltsverzeichnis

| | |
|---|----|
| Vorwort | V |
| Einleitung | 1 |
| I. Prolog. Die Entdeckung der symbolischen Differenz in der griechischen Mathematik und ihre ontologische Legitimation durch Platon | 7 |
| 1. Über einen vernachlässigten Aspekt der Wissenschaftsgeschichte | 7 |
| 2. Die magische Identität von Symbol und Symbolisiertem in der pythagoreischen Rechensteinarithmetik | 12 |
| 3. Die Entdeckung der Inkommensurabilität und die Genesis rein symbolischer Beweisverfahren | 32 |
| 4. Die Erschütterung der pythagoreischen arithmetica universalis: eine etymologische Spurensicherung | 45 |
| 5. Ein Beispiel für die symbolische Differenz: Strecken als Veranschaulichung von Zahlen | 50 |
| 6. Die philosophische Legitimation der symbolischen Differenz durch Platon | 53 |
| 7. Gebrauchten die Griechen mathematische Symbole formal? Die Problematik des Terminus „geometrische Algebra“ . . . | 70 |
| 8. Ein Resümee | 85 |
| II. Hauptteil. Die Verdrängung des ontologischen Symbolismus durch den operativen Symbolismus in der Neuzeit | 88 |
| 1. Die neuzeitliche Mathematik als Pionierin des operativen Symbolgebrauches | 88 |
| 1.1. Die Implikationen der Kalkülisierung. Drei Thesen zur Einleitung | 88 |
| 1.1.1. Entkoppelung von Konstruktion und Interpretation | 88 |
| 1.1.2. Sprachen werden zur Technik | 89 |
| 1.1.3. Zeichen werden zu handhabbaren Gegenständen | 93 |

| | |
|---|-----|
| 1.2. Die Verschriftlichung des Rechnens: Eine formale Sprache wird zur Kulturtechnik | 97 |
| 1.2.1. Das Brettrechnen als nicht-formale Rechentechnik | 99 |
| 1.2.2. Zahldarstellung im dezimalen Positionssystem | 105 |
| 1.2.3. Exkurs übr die Wortgeschichte von „cifra“ | 111 |
| 1.2.4. Schriftliches Rechnen als Gebrauch einer syntaktischen Maschine | 114 |
| 1.3. Das Buchstabenrechnen und die Entstehung der modernen Algebra | 124 |
| 1.3.1. Was heißt „Buchstabenrechnen?“ | 124 |
| 1.3.2. Rhetorische und symbolische Algebra | 126 |
| 1.3.3. Viètes Anknüpfen an die antike Analysis und ihre Umdeutung | 133 |
| 1.3.4. Über Implikationen und Folgen des symbolischen Verfahrens der „ars analytica“ | 143 |
| 1.4. Descartes' Analytische Geometrie | 150 |
| 1.5. Leibnizens Infinitesimalkalkül | 152 |
| 2. Rationalistische Epistemologie: die Entdeckung der Symbole als Technik | 159 |
| 2.1. Mathematik und Methode beim jungen Descartes (1619–1628) | 159 |
| 2.1.1. Die Interpretationshypothese: die analytische Ausrichtung der cartesischen Methode impliziert ein elementares symbolisches Verfahren | 159 |
| 2.1.2. Das Verhältnis der „Regulae“ zum „Discours“ | 163 |
| 2.1.3. Plan und Datum der „Regulae“ | 167 |
| 2.1.4. Regel 1–8: die Algebra als Problemlösungsverfahren | 170 |
| 2.1.4.1. Geometrische Analysis und ihre Mißverständnisse | 173 |
| 2.1.4.2. Die Umbildung der Analysis durch Diophant und Viète | 177 |
| 2.1.4.3. „Deduktion“ | 181 |
| 2.1.4.4. „mathesis universalis“ I: Regel 4 | 192 |
| 2.1.5. Regel 12 ff.: das symbolische Verfahren der Analysis und die „mathesis universalis“ II | 201 |
| 2.1.6. Ein Resümee | 213 |

| | | |
|----------|---|-----|
| 2.2. | Symbolische Erkenntnis und die symbolische Konstitution des Erkenntnisgegenstandes bei Leibniz | 220 |
| 2.2.1. | Vier Hypothesen über Zeichen und Denken bei Leibniz | 220 |
| 2.2.2. | Instrumentelle versus kommunikative Funktion von Sprache. Die konstitutive Rolle der Zeichen für das Denken | 226 |
| 2.2.3. | Künstliche versus natürliche Sprachen: der Kunstcharakter der rationalen Grammatik | |
| 2.2.4. | Ecriture versus parole: characteres versus figurae. Ein neuer Typus von Schriftlichkeit | 254 |
| 2.2.5. | Formalismus versus Intuitionismus, die Idee des Kalküls | 267 |
| 2.2.5.1. | Das Verhältnis von Kombinatorik und Algebra: die Idee vom interpretationsfreien Gebrauch der Zeichen | 269 |
| 2.2.5.2. | Die Organisation der Zeichen in autonomen Systemen: die Kalkülisierung und ihre Implikationen | 279 |
| 2.2.6. | Konstruktion versus Abbildung: Darstellen als Generierung des dargestellten Gegenstandes | 295 |
| 2.2.6.1. | „Expressio“ als mathematische Abbildung | 298 |
| 2.2.6.2. | Die Ideen als „Gegenstände“ des Erkennens | 305 |
| 2.2.6.3. | Kausale Definition als syntaktische Konstruktion | 311 |
| 2.2.6.4. | Symbolische Erkenntnis als modellbildende Vernunft | 318 |
| 2.2.6.5. | Wie „platonisch“ ist Leibnizens Erkenntnistheorie? Ein Resümee | 325 |
| 2.3. | Formale Identität und die Grenzen der symbolischen Erkenntnis | 328 |
| 2.3.1. | Vier Hypothesen über „Identität“ bei Leibniz | 328 |
| 2.3.2. | Das „gegenstandstheoretische Mißverständnis“ und Ansätze zu seiner Überwindung | 330 |
| 2.3.3. | Die Substitution „salvis calculis legibus“ | 340 |
| 2.3.4. | Die Substitution „salva veritate“ | 345 |
| 2.3.5. | Formale Identität als ideales Konstrukt | 356 |

| | |
|---|-----|
| 2.3.6. Der Ununterscheidbarkeitssatz: der Ausschluß des Individuellen aus der formalen Erkenntnis | 363 |
| 2.3.7. Ein Resümee | 368 |
| III. Ergebnisse | 372 |
| Verzeichnis der zitierten Literatur | 388 |
| Personenregister | 418 |
| Sachregister | 425 |