

# Inhaltsverzeichnis

## Analysis

<b>1 Funktionen – Einführung in den Umgang mit dem GTR</b>	10
1.1 Funktionen und ihre Darstellung	10
<i>Blickpunkt: Funktionen mit einem grafikfähigen Taschenrechner darstellen</i>	18
1.2 Lineare Funktionen – Geraden	20
1.3 Ganzrationale Funktionen – Nullstellen	25
1.3.1 Ganzrationale Funktionen – Symmetrie und Globalverlauf	25
1.3.2 Nullstellen einer ganzrationalen Funktion – Polynomdivision	31
<i>Blickpunkt: Verkehrsfluss in Abhängigkeit von der Geschwindigkeit</i>	42
<b>2 Folgen und Grenzwerte</b>	44
2.1 Folgen und ihre Darstellung	44
2.2 Vollständige Induktion	50
2.3 Geometrische Folgen	55
2.4 Grenzwert einer Folge	58
2.5 Grenzwert einer Funktion an einer Stelle	64
<i>Blickpunkt: Web-Diagramme – Rekursionsfunktion</i>	69
<b>3 Differentialrechnung</b>	71
3.1 Ableitung einer Funktion an einer Stelle	71
3.1.1 Steigungen grafisch bestimmen	71
3.1.2 Steigungen mit dem Grafikrechner (GTR) ermitteln	75
3.1.3 Steigungen numerisch berechnen	78
3.1.4 Steigungen algebraisch exakt berechnen	83
3.2 Differenzierbarkeit	88
3.3 Ableitungsfunktionen – Erste, zweite, dritte, ... Ableitung	92
3.4 Ableitungsregeln	97
3.4.1 Potenzregel	97
3.4.2 Faktorregel	99
3.4.3 Summen- und Differenzregel	101
<i>Blickpunkt: Leibniz und das Rechnen mit Differentialen</i>	104
3.5 Anwendungen der Differentialrechnung	106
<i>Blickpunkt: Newton-Verfahren zur näherungsweise Bestimmung von Nullstellen</i>	112
<b>4 Funktionsuntersuchungen – rationale Funktionen</b>	114
4.1 Extremstellen – Notwendiges Kriterium	114
4.2 Monotoniesatz – Hinreichende Kriterien für relative Extremstellen	121

4.2.1	Monotonie und Vorzeichen der 1. Ableitung	121
4.2.2	Vorzeichenwechsel der 1. Ableitung als hinreichendes Kriterium für relative Extremstellen	126
4.2.3	Hinreichendes Kriterium für relative Extremstellen mithilfe der 2. Ableitung	130
4.3	Linkskurve, Rechtskurve – Wendepunkte	134
4.4	Ausführliche Untersuchung ganzzahliger Funktionen	142
4.5	Funktionenschar und Ortslinien	148
4.6	Weitere Ableitungsregeln	155
4.6.1	Produktregel	155
4.6.2	Quotientenregel	157
4.6.3	Verkettung von Funktionen – Kettenregel	159
4.7	Gebrochenrationale Funktionen	163
4.7.1	Einfache gebrochenrationale Funktionen – Eigenschaften	163
4.7.2	Aufbau gebrochenrationaler Funktionen aus einfachen Grundtypen	167
4.7.3	Untersuchung gebrochenrationaler Funktionen	171
<b>5</b>	<b>Lineare Gleichungssysteme</b>	<b>178</b>
5.1	Lösungsverfahren für lineare Gleichungssysteme	178
5.2	Lineare Gleichungssysteme ohne Lösung und mit unendlich vielen Lösungen	184
	<i>Blickpunkt: Computertomographie</i>	190
<b>6</b>	<b>Optimierung und Kurvenanpassung</b>	<b>191</b>
6.1	Optimierungsaufgaben	191
6.2	Funktionsanpassung durch Interpolation	201
6.3	Krümmungsruckfreie Übergänge – Spline-Interpolation	208
6.4	Ausgleichende Interpolation – Regression	214
<b>7</b>	<b>Integralrechnung</b>	<b>219</b>
7.1	Flächenberechnungen bei krummlinig begrenzten Flächen	219
7.1.1	Flächeninhalte näherungsweise berechnen	219
7.1.2	Rekonstruieren eines Bestandes aus Änderungsraten durch Berechnen von Flächeninhalten	223
7.1.3	Flächeninhalt exakt berechnen	226
7.2	Definition des Integrals und Flächeninhalte zwischen der x-Achse und dem Graphen einer Funktion	230
7.3	Der Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung	236
7.4	Integration mithilfe von Stammfunktionen	243
7.4.1	Stammfunktionen	243
7.4.2	Integrale mithilfe von Stammfunktionen berechnen	247
7.5	Weitere Integrationsregeln	251
7.5.1	Produktintegration (Partielle Integration)	251
7.5.2	Integration durch Substitution	253

7.6	Anwendung der Integralrechnung	256
7.6.1	Flächeninhalt der Fläche zwischen zwei Graphen bestimmen	256
7.6.2	Flächeninhalt von unendlich ausgedehnten Flächen bestimmen	259
7.6.3	Volumenbestimmung mithilfe von Integralen	261
	<i>Blickpunkt: Volumenbestimmung bei nicht rotationssymmetrischen Körpern</i>	
7.6.4	Anwenden des Integrals bei Geschwindigkeit und Beschleunigung	267
7.6.5	Physikalische Arbeit	271
7.6.6	Bogenlänge und Größe der Mantelfläche	274
	<i>Blickpunkt: Mittelwerte der Funktionswerte einer Funktion</i>	278
<b>8</b>	<b>Wachstumsmodelle – Exponential- und Logarithmusfunktionen</b>	<b>280</b>
8.1	Exponential- und Logarithmusfunktionen – Eigenschaften	280
8.1.1	Exponentialfunktionen – Wachstums- und Abnahmeprozesse	280
	<i>Blickpunkt: Nichtlineare Regression</i>	286
8.1.2	Logarithmusfunktionen	289
8.2	Ableitung der Exponential- und Logarithmusfunktionen	293
8.2.1	Die e-Funktion	293
8.2.2	Natürlicher Logarithmus und Ableitung der Exponentialfunktionen	298
8.2.3	Ableitung der Logarithmusfunktionen	300
8.3	Wachstums- und Abnahmeprozesse	302
8.3.1	Wachstums- und Abnahmeprozessen mithilfe der e-Funktion beschreiben	302
8.3.2	Differentialgleichung exponentieller Prozesse	307
8.3.3	Begrenztes Wachstum – begrenzte Abnahme	309
8.3.4	Logistisches Wachstum	311
8.3.5	Vermischte Übungen zu Wachstumsprozessen	314
	<i>Blickpunkt: Anwachsen der Weltbevölkerung</i>	315
8.4	Funktionsuntersuchungen	317
8.4.1	Untersuchung von Exponentialfunktionen	317
8.4.2	Untersuchung von Funktionenscharen	322
8.5	Vermischte Übungen	325

## Analytische Geometrie und Lineare Algebra

<b>9</b>	<b>Vektoren und Geraden</b>	<b>329</b>
9.1	Koordinatensysteme	329
9.2	Vektoren	333
9.3	Addition und Subtraktion von Vektoren	337
9.4	Vervielfachung von Vektoren – Ursprungsgerade	340
9.5	Parameterdarstellungen von Geraden	345
9.6	Spurpunkte	351
9.7	Lageaufgaben bei Geraden	352

<b>10 Skalarprodukt</b>	359
10.1 Orthogonalität und Skalarprodukt	359
10.2 Skalarprodukt und Winkel	364
10.3 Abstände bei Geraden	369
<b>11 Ebenen</b>	374
11.1 Herleitung einer Parameterdarstellung	374
11.2 Abstand eines Punktes von einer Ebene	379
11.3 Koordinatengleichung einer Ebene	382
<i>Blickpunkt: HESSESCHER Normalenform</i>	386
11.4 Untersuchung von Lagebeziehungen	387
11.4.1 Die Lage von Ebene und Gerade zueinander	387
<i>Blickpunkt: Licht und Schatten</i>	390
11.4.2 Die Lage zweier Ebenen zueinander	392
11.5 Winkel zwischen Ebenen	395
11.6 Vermischte Übungen	399
<b>12 Kurven und Flächen</b>	402
12.1 Kurven in Parameterdarstellung	402
12.2 Eigenschaften von Parameterkurven untersuchen	408
12.3 Flächen im Raum	413
<b>13 Matrizen</b>	417
13.1 Matrizen – Addieren und Vervielfachen	417
13.2 Multiplikation von Matrizen	423
13.2.1 Das Produkt zweier Matrizen	423
13.2.2 Rechengesetze für die Multiplikation von Matrizen	429
13.3 Beschreibung von Abbildungen durch Matrizen	433
13.3.1 Abbildungen in der Ebene	433
<i>Blickpunkt: Affine Abbildungen</i>	438
13.3.2 Abbildungen im Raum	439

## Stochastik

<b>14 Einführung in die Stochastik</b>	447
14.1 Zufallsversuche – Wahrscheinlichkeiten von Ergebnissen	447
14.2 Simulation von Zufallsversuchen	453
<i>Blickpunkt: Die Erzeugung von Pseudo-Zufallszahlen</i>	458
14.3 Wahrscheinlichkeit von Ereignissen – Elementare Summenregel	459
14.4 Rechenregeln für mehrstufige Zufallsversuche	463
14.5 Zählstrategien – Kombinatorische Probleme	468

<b>15 Bedingte Wahrscheinlichkeit – Satz von BAYES</b>	472
15.1 Mehrfeldertafeln und Baumdiagramme	472
15.2 Umkehren von Baumdiagrammen – bedingte Wahrscheinlichkeiten	476
<b>16 BERNOULLI-Ketten und Binomialverteilung</b>	481
16.1 BERNOULLI-Ketten	481
16.2 Erwartungswert einer Zufallsgröße	488
16.3 Anwendung der Binomialverteilung – Intervallwahrscheinlichkeiten	492
16.4 Anwendung der Binomialverteilung – Modellierung	495
16.4.1 Ein Auslastungsmodell	495
16.4.2 Das Kugel-Fächer-Modell	497
<i>Blickpunkt: Das Geburtstagsproblem</i>	504
16.5 Testen von Hypothesen	507
16.5.1 Das Entscheidungsverfahren – Möglichkeiten und Fehler	507
16.5.2 Entscheidungsregel bei vorgegebener Irrtumswahrscheinlichkeit	512
<i>Blickpunkt: Zweiseitiger Hypothesentest</i>	515
<b>17 Normalverteilung</b>	518
17.1 Varianz und Standardabweichung einer Wahrscheinlichkeitsverteilung	518
17.2 Approximation von Binomialverteilungen durch Dichtefunktionen – Sigma-Regeln	521
17.3 Normalverteilte Zufallsgrößen	525
<b>18 Beurteilende Statistik</b>	530
18.1 Schluss von der Gesamtheit auf eine Stichprobe	530
18.1.1 Schätzung zu erwartender absoluter Häufigkeiten	531
18.1.2 Schätzung zu erwartender relativer Häufigkeiten	534
18.2 Hypothesentest bei großem Stichprobenumfang	539
18.2.1 Testen einer zweiseitigen Hypothese	539
18.2.2 Wahrscheinlichkeit für Fehler beim Testen von Hypothesen	543
<b>19 MARKOW-Ketten</b>	546
19.1 Beschreibung von Zustandsänderungen durch Matrizen	546
19.2 MARKOW-Ketten mit stationärer Verteilung	552
19.3 MARKOW-Ketten mit absorbierenden Zuständen	558
<b>Index zur Rechnernutzung</b>	562
<b>Stichwortverzeichnis</b>	563