

Inhaltsverzeichnis

1	Rechnen mit Zahlen und Größen	9
1.1	Zahlen	9
1.2	Die Grundrechenarten mit positiven Zahlen	12
1.2.1	Addition und Subtraktion	12
1.2.2	Multiplikation	15
1.2.3	Division	17
1.2.4	Kettenaufgaben	19
	<i>Übungen zu 1.2</i>	20
1.3	Bruchrechnung	20
1.3.1	Kürzen und Erweitern	20
1.3.2	Addition und Subtraktion	21
1.3.3	Multiplikation	23
1.3.4	Division	23
1.3.5	Gemischte Zahlen	23
1.3.6	Gemeine Brüche und Dezimalbrüche	24
	<i>Übungen zu 1.3</i>	26
1.4	Rechnen mit negativen Zahlen	27
1.4.1	Addition und Subtraktion	27
1.4.2	Multiplikation	30
1.4.3	Division	30
	<i>Übungen zu 1.4</i>	31
1.5	Größen	31
1.5.1	Addition und Subtraktion	32
1.5.2	Multiplikation und Division	33
	<i>Übungen zu 1.5</i>	34
1.6	Variablen und Terme	34
	<i>Übungen zu 1.6</i>	35
2	Rechnen mit Potenzen	36
2.1	Schreibweise kleiner und großer Zahlen – Zehnerpotenzen	36
	<i>Übungen zu 2.1</i>	37
2.2	Addition und Subtraktion	38
	<i>Übungen zu 2.2</i>	38
2.3	Multiplikation und Division	38
	<i>Übungen zu 2.3</i>	40
2.4	Potenzieren von Potenzen	41
	<i>Übungen zu 2.4</i>	41
	Überblick: Potenzen	41
3	Rechnen mit Variablen	42
3.1	Addition und Subtraktion	42
	<i>Übungen zu 3.1</i>	42

3.2	Multiplikation	43
	<i>Übungen zu 3.2</i>	43
3.3	Division	44
	<i>Übungen zu 3.3</i>	44
3.4	Algebraische Summen mit Variablen, Klammern	45
	<i>Übungen zu 3.4</i>	49
3.5	Bruchrechnung mit Variablen	49
3.5.1	Addition und Subtraktion	49
3.5.2	Multiplikation und Division	51
	<i>Übungen zu 3.5</i>	52
4	Rechnen mit Wurzeln	53
4.1	Wurzeln	53
	<i>Übungen zu 4.1</i>	55
4.2	Addition und Subtraktion	55
	<i>Übungen zu 4.2</i>	56
4.3	Multiplikation und Division	56
	<i>Übungen zu 4.3</i>	57
4.4	Radizieren von Potenzen und Potenzieren von Wurzeln	57
	<i>Übungen zu 4.4</i>	57
4.5	Radizieren von Wurzeln	58
	<i>Übungen zu 4.5</i>	58
4.6	Vereinfachen von Wurzeltermen ..	58
	<i>Übungen zu 4.6</i>	59
	Überblick: Wurzeln	59
5	Zuordnungen, Rechnen mit Drei- sätzen, Verhältnisgleichungen ...	60
5.1	Verhältnisgleichungen, Proportionen	60
	<i>Übungen zu 5.1</i>	62
5.2	Proportionale Zuordnungen	62
5.2.1	Lösen mit Verhältnisgleichungen ..	64
5.2.2	Lösen mit Dreisatzrechnung	65
	<i>Übungen zu 5.2</i>	65
5.3	Indirekt oder umgekehrt proportionale Zuordnungen	66
5.3.1	Lösen mit Produktgleichungen ...	68
5.3.2	Lösen mit Dreisatzrechnung	69
	<i>Übungen zu 5.3</i>	70
	<i>Übungen zu 5.2 und 5.3</i>	70

6	Prozent-, Zins- und Mischungsrechnung	71
6.1	Einführung in die Prozentrechnung	71
	<i>Übungen zu 6.1</i>	73
6.2	Berechnung von Prozentsatz, Prozentwert und Grundwert	73
	<i>Übungen zu 6.2</i>	76
6.3	Vermehrter und verminderter Grundwert	77
	<i>Übungen zu 6.3</i>	78
6.4	Promillerechnung	78
	<i>Übungen zu 6.4</i>	79
6.5	Zinsrechnung	79
6.5.1	Berechnung von Jahreszinsen, Zinssatz und Kapital	79
6.5.2	Berechnung von Tages- und Monatszinsen	81
6.5.3	Berechnung von Zinseszinsen	82
	<i>Übungen zu 6.5</i>	85
6.6	Mischungsrechnung	85
	<i>Übungen zu 6.6</i>	88
7	Arbeiten in Koordinatensystemen	89
	<i>Übungen zu 7</i>	92
8	Schaubilder und Diagramme erstellen und lesen	93
8.1	Strecken- und Streifendiagramme, Streckenzüge	93
	<i>Übungen zu 8.1</i>	95
8.2	Kreisdiagramme	96
	<i>Übungen zu 8.2</i>	96
8.3	Räumliche Schaubilder	97
	<i>Übungen zu 8.3</i>	98
8.4	Mittelwert, Median und Modalwert	98
	<i>Übungen zu 8.4</i>	101
9	Lösen von Gleichungen und Ungleichungen	102
9.1	Lineare Gleichungen	102
9.1.1	Lösen linearer Gleichungen durch Umformen	102
9.1.2	Lineare Gleichungen in Form von Bruchgleichungen	105
9.1.3	Lösbarkeit linearer Gleichungen ..	106
9.1.4	Lineare Gleichungen mit Formvariablen	107
9.1.5	Lineare Gleichungen mit Größen ..	108

9.1.6	Umformen von Formeln	109
	<i>Übungen zu 9.1</i>	110
9.2	Lineare Ungleichungen	111
9.2.1	Lösen linearer Ungleichungen durch Umformen	111
9.2.2	Lineare Ungleichungen in Form von Bruchgleichungen und lineare Ungleichungen mit Formvariablen	114
	<i>Übungen zu 9.2</i>	115
9.3	Systeme aus zwei linearen Gleichungen mit zwei Variablen ..	116
9.3.1	Lösen mithilfe des Additions- verfahrens	116
9.3.2	Lösen mithilfe des Einsetzungs- verfahrens	119
9.3.3	Lösen mithilfe des Gleichsetzungs- verfahrens	121
9.3.4	Graphisches Lösen	122
9.3.5	Lösbarkeit linearer Gleichungs- systeme	124
	<i>Übungen zu 9.3</i>	126
9.4	Systeme aus drei linearen Gleichungen mit drei Variablen ...	127
	<i>Übungen zu 9.4</i>	129
9.5	Quadratische Gleichungen	130
9.5.1	Lösen reinquadratischer Gleichungen	130
9.5.2	Lösen quadratischer Gleichungen der Form $(x-s)^2 = r$	132
9.5.3	Lösen quadratischer Gleichungen mithilfe der quadratischen Ergänzung	133
9.5.4	Lösen quadratischer Gleichungen mithilfe der p - q -Formel	135
9.5.5	Lösen quadratischer Gleichungen mithilfe der a - b - c -Formel	137
9.5.6	Lösen gemischt-quadratischer Gleichungen	139
9.5.7	Der Satz von Vieta	140
9.5.8	Geometrische Begründung der Lösbarkeit	140
	<i>Übungen zu 9.5</i>	142
9.6	Betragsgleichungen	144
	<i>Übungen zu 9.6</i>	145
9.7	Wurzelgleichungen	146
9.7.1	Wurzelgleichungen – eine Quadratwurzel	147
9.7.2	Wurzelgleichungen – mehrere Quadratwurzeln	148
	<i>Übungen zu 9.7</i>	150

9.8	Textaufgaben	150
9.8.1	Textaufgaben, die auf eine lineare Gleichung führen	150
9.8.2	Textaufgaben, die auf ein lineares Gleichungssystem führen	155
9.8.3	Textaufgaben, die auf eine quadratische Gleichung führen ...	158
	<i>Übungen zu 9.8</i>	159
10	Funktionen und ihre Bilder	162
10.1	Grundbegriffe	162
	<i>Übungen zu 10.1</i>	167
10.2	Lineare Funktionen	167
10.2.1	Lineare Funktionen mit der Gleichung $y=mx$ mit $m \in \mathbb{R}$...	168
10.2.2	Lineare Funktionen mit der Gleichung $y=mx+n$ mit $m, n \in \mathbb{R}$	172
10.2.3	Zeichnen von Graphen linearer Funktionen	174
10.2.4	Aufstellen von Geraden- gleichungen	176
10.2.5	Graphisches Lösen linearer Gleichungen und Ungleichungen ..	177
	<i>Übungen zu 10.2</i>	179
10.3	Quadratische Funktionen	180
10.3.1	Die quadratische Funktion mit der Gleichung $y=x^2$	180
10.3.2	Quadratische Funktionen mit der Gleichung $y=x^2+e$ mit $e \in \mathbb{R}$.	181
10.3.3	Quadratische Funktionen mit der Gleichung $y=(x+d)^2$ mit $d \in \mathbb{R}$...	181
10.3.4	Quadratische Funktionen mit der Gleichung $y=(x+d)^2+e$ mit $d, e \in \mathbb{R}$	182
10.3.5	Quadratische Funktionen mit der Gleichung $y=ax^2$ mit $a \in \mathbb{R}, a \neq 0$	182
10.3.6	Quadratische Funktionen mit der Gleichung $y=a(x+d)^2+e$ mit $a \in \mathbb{R}, a \neq 0$	183
10.3.7	Quadratische Funktionen mit der Gleichung $y=ax^2+bx+c$ mit $a, b, c \in \mathbb{R}, a \neq 0$	184
10.3.8	Nullstellen quadratischer Funktionen	186
10.3.9	Schnittpunkte von Graphen quadratischer und linearer Funktionen	187
10.3.10	Graphisches Lösen quadratischer Gleichungen	188
	<i>Übungen zu 10.3</i>	190

10.4	Potenzfunktionen mit ganzzahligen Exponenten	191
10.4.1	Potenzfunktionen mit positiven Exponenten	192
10.4.2	Potenzfunktionen mit negativen Exponenten	194
	Überblick: Potenzfunktionen mit ganzzahligen Exponenten	196
10.4.3	Potenzfunktionen mit der Gleichung $y = ax^n$ mit $a \in \mathbb{R}, a \neq 0,$ $n \in \mathbb{Z}^*$	197
	Übungen zu 10.4	198
10.5	Wurzelfunktionen	200
10.5.1	Wurzelfunktionen mit der Gleichung $y = \sqrt[n]{x}$ mit $x \in \mathbb{R}^{\geq 0},$ $n \in \mathbb{N}^*$	200
10.5.2	Wurzelfunktionen mit der Gleichung $y = a \sqrt[n]{x}$ mit $x \in \mathbb{R}^{\geq 0},$ $a \in \mathbb{R}, a \neq 0, n \in \mathbb{N}^*$	201
	Übungen zu 10.5	203
10.6	Exponential- und Logarithmus- funktionen	204
10.6.1	Eigenschaften der Exponential- funktionen	204
10.6.2	Wachstum und Zerfall	205
10.6.3	Der Logarithmus	207
	Überblick: Logarithmen	210
10.6.4	Eigenschaften der Logarithmus- funktionen	210
10.6.5	Exponentialgleichungen	211
	Übungen zu 10.6	212
10.7	Umkehrfunktionen	215
	Übungen zu 10.7	218
10.8	Trigonometrische Funktionen	219
10.8.1	Sinus, Kosinus und Tangens am rechtwinkligen Dreieck	219
	Überblick: Sinus, Kosinus und Tangens	221
10.8.2	Sinus, Kosinus und Tangens am Einheitskreis	222
10.8.3	Bestimmen von Winkelgrößen zu gegebenen Funktionswerten ...	228
10.8.4	Bogenmaß eines Winkels	231
10.8.5	Sinus, Kosinus und Tangens als Funktionen reeller Zahlen	232
	Überblick: Trigonometrische Funktionen	233
10.8.6	Funktionen mit der Gleichung $y = a \cdot \sin(bx + c) + d$ mit $a, b, c, d \in \mathbb{R}, a \neq 0, b > 0$	234
	Übungen zu 10.8	237

11	Berechnungen mithilfe trigonometrischer Funktionen ..	240
11.1	Berechnungen am rechtwinkligen Dreieck	240
	<i>Übungen</i> zu 11.1	242
11.2	Berechnungen an allgemeinen (nicht rechtwinkligen) Dreiecken ..	243
11.2.1	Der Sinussatz	243
11.2.2	Der Kosinussatz	247
	<i>Übungen</i> zu 11.2	250
12	Eigenschaften und Berechnung ebener geometrischer Figuren ...	252
12.1	Grundbegriffe	252
12.2	Grundkonstruktionen	254
12.3	Winkel an Geraden	257
12.3.1	Winkel an einer Geradenkreuzung ..	257
12.3.2	Winkel an Parallelen	257
	<i>Übungen</i> zu 12.3	259
12.4	Symmetrien ebener Figuren	260
12.4.1	Achsensymmetrie	260
12.4.2	Drehsymmetrie	261
12.4.3	Punktsymmetrie	261
	<i>Übungen</i> zu 12.4	262
12.5	Dreiecke	263
12.5.1	Winkel im und am Dreieck	263
12.5.2	Besondere Linien im Dreieck	265
12.5.3	Typen von Dreiecken	267
12.5.4	Kongruenz von Dreiecken	269
12.5.5	Konstruktion von Dreiecken	270
	<i>Übungen</i> zu 12.5	271
12.6	Vierecke	273
12.6.1	Das Trapez	274
12.6.2	Das Parallelogramm	275
12.6.3	Die Raute	276
12.6.4	Das Rechteck	277
12.6.5	Das Quadrat	277
12.6.6	Das Drachenviereck	278
	Überblick: Eigenschaften der Vierecke	278
	<i>Übungen</i> zu 12.6	281
12.7	Flächeninhalte von Vierecken und Dreiecken	282
	Überblick: Flächeninhalte und Umfänge	287
	<i>Übungen</i> zu 12.7	288
12.8	Ähnlichkeit und Strahlensätze	290

12.8.1	Maßstab und Längenverhältnisse ..	290
12.8.2	Ähnlichkeit ebener Figuren	291
12.8.3	Strahlensätze	294
	<i>Übungen</i> zu 12.8	300
12.9	Satzgruppe des Pythagoras	303
12.9.1	Satz des Pythagoras	303
12.9.2	Kathetensatz und Höhensatz des Euklid	306
	<i>Übungen</i> zu 12.9	307
12.10	Der Kreis	309
12.10.1	Sehnen, Sekanten und Tangenten ..	309
12.10.2	Winkel im Kreis	310
12.10.3	Umfang und Flächeninhalt	313
12.10.4	Kreisausschnitt und Kreisbogen ...	316
	<i>Übungen</i> zu 12.10	317
13	Eigenschaften und Berechnungen an Körpern	319
13.1	Darstellung von Körpern	319
13.1.1	Schrägbilder	319
13.1.2	Senkrechte Parallelprojektion	321
	<i>Übungen</i> zu 13.1	323
13.2	Würfel, Quader, Prisma und Zylinder	323
13.2.1	Der Würfel	323
13.2.2	Der Quader	325
13.2.3	Das Prisma	327
13.2.4	Der Zylinder	330
	Überblick zu 13.2	332
	<i>Übungen</i> zu 13.2	332
13.3	Pyramide und Kegel	334
13.3.1	Die Pyramide	334
13.3.2	Der Kegel	336
	Überblick zu 13.3	338
	<i>Übungen</i> zu 13.3	338
13.4	Pyramidenstumpf und Kegelstumpf	340
	<i>Übungen</i> zu 13.4	342
13.5	Kugel und Kugelteile	344
13.5.1	Die Kugel	344
13.5.2	Kugelteile	346
	<i>Übungen</i> zu 13.5	349
	Lösungen zu den Übungen	351
	Stichwortverzeichnis	380