

Inhaltsverzeichnis

Einleitung

7

I. Symmetrien, Erhaltungssätze, methodische Postulate	11
1. Klassischer Lagrangeformalismus der Felder	13
1.1. Feldtheoretische Grundbegriffe	13
1.1.1. Observablen und verallgemeinerte Potentiale	13
1.1.2. Hamiltonsches Prinzip	14
1.1.3. Euler–Lagrange–Gleichungen (Feldgleichungen)	15
1.1.4. Ansätze höherer Ordnung	16
1.1.5. Darstellungswechsel	17
1.1.6. Additive Viererdivergenzen	18
1.2. Symmetrien und Erhaltungssätze	18
1.2.1. Symmetriekriterium	18
1.2.2. Noethertheorem	20
1.3. Beispiele	22
1.3.1. Ideale Flüssigkeiten	23
1.3.2. Schrödinger–Theorie des freien Teilchens	26
1.3.3. Maxwell–Theorie des Vakuums	27
1.3.4. Klein–Gordon–Theorie des freien Teilchens	29
2. Symmetrien, Noetherbilanzen und Darstellungsdualität	31
2.1. Galilei–Gruppe und zugeordnete Noetherbilanzen	31
2.1.1. Die Galilei–Gruppe	31
2.1.2. Translationen und Energie-/Impulsbilanz	32
2.1.3. Galilei–Schübe und Schwerpunktsatz	35
2.1.4. Starre Drehungen und Drehimpulsbilanz	41
2.2. Dualität der Darstellung	44
2.2.1. Vorüberlegungen	44
2.2.2. Die Dualitätspostulate	47
2.2.3. Bestimmungsgleichung für die duale Transformation	51
2.2.4. Analytische Form ausgewählter Symmetrien	53
2.2.5. Induzierte Umeichung und kanonische Massenbilanz	55
2.2.6. Vervollständigte, elfparametrische Galilei–Gruppe	56
2.2.7. Duale Eigenschaft der Schrödinger–Theorie	57
2.3. Noethersche Bilanzgrößen und Observablen	59
2.3.1. Schwerpunktsatz und Quasiimpuls	59

2.3.2.	Impulsbilanz und Spannungstensor	66
2.3.3.	Energiebilanz und innere Energie	67
2.3.4.	Drehimpulsbilanz und Spin	70
2.4.	Bedeutung der Darstellungsdualität für physikalische Theorien	72

3. Symmetrien und Bilanzen jenseits des Noethertheorems 75

3.1.	Motivation	75
3.1.1.	Zwei Arten von Bilanzgleichungen	75
3.1.2.	Nicht-Liesche Eichsymmetrien	77
3.2.	Ein Ergänzungstheorem zum Noethertheorem	81
3.2.1.	Reduziertes Symmetriekriterium und Basiselemente	81
3.2.2.	Konstruktion flächenbezogener Bilanzgrößen	83
3.2.3.	Darstellungsinvarianz	87
3.2.4.	Zusammenfassung des flächenbezogenen Bilanztheorems	89
3.3.	Deutung der flächenbezogenen Bilanzen	91
3.3.1.	Zusammenhänge mit Noetherschen Observablen	91
3.3.2.	Einelementige Basen und Wirbelbilanz	92
3.3.3.	Mehrelementige Basen und zugeordnete Bilanzen	93
3.4.	Helmholtzscher Wirbelsatz idealer Flüssigkeiten	95

4. Übertragung auf die relativistische Physik 99

4.1.	Darstellungsmultiplizität	99
4.1.1.	Die Poincaré-Gruppe	99
4.1.2.	Relativistische Verallgemeinerung der Darstellungsdualität	100
4.1.3.	Klein-Gordon-Theorie und Darstellungsmultiplizität	104
4.2.	Flächenbezogenes Bilanztheorem	108
4.2.1.	Homogene Maxwellgleichungen	108

II. Gewinnung von Lagrangedichten 111

5. Das inverse Problem zweiter Art (IP2) 113

5.1.	Allgemeines Konzept	113
5.1.1.	Abgrenzung zu konventionellen Methoden	113
5.1.2.	Grundlagen des IP2	115
5.2.	Cosserat-Kontinua	119
5.2.1.	Das verallgemeinerte Cosserat-Kontinuum	119
5.2.2.	Ein allgemeines Schema für Lagrangedichten	122
5.3.	Elastizitäts- und Eigenspannungstheorie	134
5.3.1.	Dynamische Theorie der Elastizität mit Eigenspannungen	134
5.3.2.	Eigenspannungsfreie elastische Deformationen	140
5.4.	Systeme mit Quasiimpuls	141
5.4.1.	Allgemeines Schema für Lagrangedichten	141
5.4.2.	Zusammenhänge zwischen Lagrangedichte und Observablen	144

6. Dissipative Systeme	149
6.1. Vorüberlegungen	149
6.1.1. Die adiabatische Volumenänderung	149
6.2. Viskosität im Lagrangeformalismus	150
6.2.1. Eine Lagrangedichte für viskose Flüssigkeiten	151
6.2.2. Schwerpunktsatz und Quasiimpuls	155
6.2.3. Heuristische Betrachtungen auf molekularer Skala	156
6.2.4. Impulsbilanz und Bewegungsgleichung	159
6.2.5. Energiebilanz	162
6.2.6. Thermodynamische Aspekte	163
6.2.7. Wirbeltransportgleichung	164
6.3. Komplexe Felder und Entropiekonzept	166
6.3.1. Duale Transformation und simultane Phasenumkehrung	168
6.3.2. Ideale und viskose Flüssigkeiten in komplexer Darstellung	168
6.3.3. Kanonische Entropiebilanz	171
7. Ausgewählte Beispiele aus der Strömungsmechanik	173
7.1. Inkompressible Strömungen viskoser Flüssigkeiten	173
7.2. Ebene Strömungen	174
7.2.1. Strömungsgeometrie und Wirbeltransportgleichung	174
7.2.2. Analytische Lösungen und Diskussion	177
7.2.3. Grenzschicht zwischen zwei Geschwindigkeitsdomänen	179
7.2.4. Freier überfluteter Strahl	181
7.2.5. Energiedissipation und Transferenergie	183
7.2.6. Prozesse mit anfänglichem lokalem Ungleichgewicht	186
7.3. Der freie Wirbel	189
7.3.1. Strömungsgeometrie und Wirbeltransportgleichung	189
7.3.2. Analytische Lösung und Diskussion	191
8. Ausblick	195
Zusammenfassung	197
A. Mathematische Herleitungen	199
A.1. Variation an der freien Oberfläche	199
A.2. Eigenschaften der Clebsch-Potentiale	201
A.2.1. Gewinnung der Eichgruppe aus dem Basiselement	201
A.2.2. Wertebereich der Clebsch-Potentiale	203
A.2.3. Dimension der Clebsch-Potentiale	204
A.2.4. Zyklische Potentiale und Clebsch-Potentiale	204
A.3. Eichsymmetrie des elastischen Festkörpers	205
A.3.1. Gewinnung der Eichgruppe aus den Basiselementen	205
A.3.2. Eigenspannungsfreier Spezialfall	208
A.4. Entropiebilanz der viskosen Flüssigkeit	209
A.5. Freier Wirbel	210

A.5.1. Separation der Wirbeltransportgleichung	210
A.5.2. Integration der Bestimmungsgleichung	212
A.5.3. Klassische Lösung im Vergleich	214
B. Auswirkungen von Darstellungswechseln	217
B.1. Darstellungsinvarianz des Hamiltonschen Prinzips	217
B.2. Symmetrie-Bilanz-Theoreme	218
B.2.1. Analytische Form der Symmetrien	218
B.2.2. Noethertheorem	219
B.2.3. Flächenbezogenes Bilanztheorem	219
Literaturverzeichnis	221