INHALTSVERZEICHNIS

EINFÜHRUNG VII

I. ALGEBRA

1. Mengen 1

1.1 Definitionen 1
1.2 Eine Mengenalgebra 4
1.3 Das Russell-Paradox* 5
1.4 Axiomatische Mengenlehre* 6

2. Relationen 13

2.1 Definitionen 13
2.2 Operationen an Relationen 15
2.3 Eigenschaften von Relationen 16
2.4 Funktionen 16
2.5 Operationen 17

3. Unendliche Mengen 19

3.1 Totale Ordnung und Wohlordnung 19
3.2 Zahlen* 2o
3.2.1 Ordinalzahlen 2o
3.2.2 Ganze Zahlen 21
3.3 Mächtigkeiten (Kardinalzahlen) 21
3.3.1 Äquivalente Mengen 21
3.3.2 Abzählbare und überabzählbare Mengen 25
3.3.3 Die Kontinuumshypothese 26

4. Strukturen 27

4.1 Äquivalenzklasseneinteilungen 27
4.2 Ordnungen 28
4.2.1 Supremum, Infimum 29
4.2.2 Zorn'sches Lemma 29
4.3 Verbände* 3o
4.4 Algebren 32
4.5 Unterstrukturen, Erweiterungen 34
4.6 Operatoren* 34
4.7 Spezielle Strukturen* 35

5. Homomorphismen 37

5.1 Definitionen 37
5.2. Isomorphismen 41
5.3 Endomorphismen 41
5.4 Automorphismen 42

II. MODELLTHEORIE UND THEORIENBILDUNG

1. Einleitung 44

2. Syntax 45

2.1 Symbole und Formationsregeln 45
2.2 Die algebraische Struktur der Sprache L* 52
2.3 Aufzählbarkeit und Entscheidbarkeit 53

3. Deduktik 55

3.1 Theoreme 55
3.2 Ableitungsregeln 56
3.3 Ableitungen mittels modus ponens 58
3.4 Die Ableitung von Bewertungstabellen 60
3.5 Theoreme für quantifizierte Sätze 66
3.6 Hypothesen und Theorien 68
3.7 Die formale Struktur von Beweisen 71

4. Semantik 74

4.1 Interpretation 74
4.2 Evaluation 75
4.3 Modelle 77
4.4 Definierbarkeit 79
4.5 Vollständigkeitssätze 81

5. Strukturuntersuchungen von Theorien 83

5.1 Die ausgezeichnete konjunktive Normalform 84
5.2 Vollständigkeit und Unvollständigkeit von Theorien* 87
5.3 Theorien zweiter Ordnung 92

6. Modelltheorie 95

6.1 Beziehungen zwischen Satzmengen und Strukturvarietäten 96
6.1.1 Der Verband der Fähigkeiten und der

6.1.1 Der Verband der Probleme und der Fähigkeiten 97
6.1.2 Ein Kompaktheitstheorem für Theorien (Lokalisationsprinzip) 99
6.1.3 Ein Kompaktheitstheorem für Varietäten 99
6.2 Modell-Erweiterungen 100
6.3 Löwenheim-Skolem-Theoreme* 104
6.4 Kategorische Theorien 105
6.5 Ultraprodukte und Nonstandard-Zahlen* 106

III. REKURSIONSTHEORIE UND THEORIE DER PROBLEME

1. Einführung: Der Begriff des Problems* 117

2. Entscheidbare und nicht entscheidbare Theorien 128

2.1 Einführung: Unentscheidbarkeit und essentielle Unentscheidbarkeit 128
2.2 Peano-Arithmetik erster Ordnung 130
2.3 Rekursive Funktionen 134
2.4 Primzahlzerlegung 136

2.5 Die Arithmetisierung der Logik (Gödelzahlen) 138
2.6 Gödels Unvollständigkeitssätze 141

3. Rekursive Berechenbarkeit und Nichtberechenbarkeit 147

3.1 Die Diagonalfunktion 147
3.2 Partielle Rekursivität 148
3.3 Die Unlösbarkeit des Halteproblems 150
3.4 Rekursionstheoreme 151

4. Theorie der Kreativität 154

4.1 Rekursivität und Aufzählbarkeit 154
4.2 Produktivität und Kreativität 157
4.3 Anwendung auf Theorien 160
4.4 Diskussion der Theoreme 167
4.5 Unlösbarkeitsgrade (Theorie der Problemschwierigkeit) 169

IV. EMPIRISCHE PSYCHOLOGISCHE THEORIENBILDUNG

1. Grundlagen empirischer Theorienbildung 175

1.1 Materielle Einbettung 177
1.2 Strukturtypen von Sätzen 181
1.3 Erhaltungstheoreme (universell/existentielle Sätze usw.) 185
1.4 Erhaltung unter direkten Produkten (Horn-Sätze)* 196
1.5 Endliche Axiomatisierbarkeit und endliche Erfüllbarkeit von Theorien 202
1.6 Testbarkeit 212
1.7 Endliche Charakterisierbarkeit durch universelle Sätze 216
1.8 Relative Testbarkeit 222

2. Psychologische Theorienbildung 238

2.1 Psychologische Strukturen 238
2.2 Beobachtbarkeit 244
2.3 Operationalisierbarkeit 248
2.4 Der notwendige Kern einer Theorie 250
2.5 Der exemplarische Kern einer Modellklasse 257
2.6 Schwache Stimulus- bzw. Reaktionsbedingungen 263
2.7 Kausale Beziehungen 265
2.8 Experimentelle Operationalisierbarkeit 275
2.9 Relative Operationalisierbarkeit 280

LITERATURVERZEICHNIS 284

SYMBOLVERZEICHNIS 289

SACHVERZEICHNIS 292