

Inhalt

Einleitung	1
1 Inhaltsbereiche	6
1.1 Arithmetik.....	6
1.1.1 Der Zahlbereich der natürlichen Zahlen	7
1.1.2 Zahlenräume	8
1.1.3 Komplexität des Zahlbegriffs (Zahlaspekte).....	8
1.1.4 Zählfähigkeit und Zählprinzipien	10
1.1.5 Dekadischer Aufbau des Zahlensystems.....	16
1.1.5.1 Stellenwertsysteme	16
1.1.5.2 Dekadisches und nicht dekadische Stellenwertsysteme.....	18
1.1.5.3 Rechnen in Stellenwertsystemen	19
1.1.6 Rechenoperationen und Gesetzmäßigkeiten	24
1.1.6.1 Addition und Subtraktion	24
1.1.6.2 Multiplikation und Division.....	27
1.1.6.3 Rechengesetze.....	40
1.1.7 Rechenverfahren	43
1.1.7.1 Kopfrechnen.....	43
1.1.7.2 Halbschriftliches Rechnen	46
1.1.7.3 Schriftliche Rechenverfahren.....	49
1.1.7.4 Taschenrechner	51
1.1.7.5 Zum Verhältnis der vier Rechenmethoden	51
1.2 Geometrie	53
1.2.1 Zur Situation des Geometrieunterrichts in der Grundschule.....	55
1.2.2 Fundamentale Ideen der Elementargeometrie.....	61
1.2.3 Verteilung der Inhalte	74
1.3 Sachrechnen.....	76
1.3.1 Mathematisierung und Modellbildung.....	78
1.3.2 Funktionen des Sachrechnens.....	80
1.3.3 Typen von Sachaufgaben	83

1.3.3.1	Sachbilder.....	83
1.3.3.2	Eingekleidete Aufgaben.....	84
1.3.3.3	Textaufgaben und Denkaufgaben.....	85
1.3.3.4	Erfinden von Rechengeschichten.....	88
1.3.3.5	Sachprobleme.....	89
1.3.3.6	Sachstrukturiertes Üben.....	91
1.3.3.7	Sachtexte.....	92
1.3.3.8	Projekte.....	95
1.3.3.9	Rückschau.....	98
1.3.4	Schätzen und Überschlagen.....	99
1.3.5	Größen.....	101
1.3.5.1	Größenbereiche im Lehrplan.....	101
1.3.5.2	Größenvorstellungen.....	105
1.3.5.3	Zur unterrichtlichen Behandlung von Größen.....	106
1.3.5.4	Dezimalzahlen.....	107
2	Grundideen des Mathematiklernens.....	109
2.1	Entdeckendes Lernen und Produktives Üben.....	111
2.1.1	Lernen: kleinschrittig auf vorgegebenen Wegen vs. ganzheitlich auf eigenen Wegen.....	112
2.1.2	Üben: Reproduktion und Quantität vs. Produktivität und Qualität.....	119
2.1.3	Spielerisches Lernen und Üben.....	125
2.2	Didaktische Prinzipien.....	132
2.3	Übergreifende Ziele des Mathematikunterrichts.....	150
2.3.1	Allgemeine Lernziele.....	150
2.3.1.1	Versuch einer Begriffsklärung.....	150
2.3.1.2	Welche allgemeinen Lernziele gibt es?.....	151
2.3.1.3	Zur Realisierung allgemeiner Lernziele.....	157
2.3.2	Soziales Lernen.....	161
2.3.2.1	Einführendes Unterrichtsbeispiel.....	161
2.3.2.2	Theoretische Hintergründe.....	163
2.3.2.3	Begründungen des sozialen Lernens.....	165
2.3.2.4	Didaktische Folgerungen.....	166
2.3.2.5	Ein Mut machendes Beispiel.....	171

3	Organisation von Lernprozessen	175
3.1	Anforderungen an die Organisation von Lernprozessen	175
3.1.1	Standortbestimmungen/Vorkenntnisse	175
3.1.1.1	Ein Einführungsbeispiel	175
3.1.1.2	Ziele von Standortbestimmungen und Vorkenntniserhebungen.....	176
3.1.1.3	Methodische Überlegungen	179
3.1.1.4	Ausgewählte Untersuchungsergebnisse	181
3.1.2	Vergleichsuntersuchungen und Bildungsstandards	189
3.1.3	Didaktische Gestaltung von Lernumgebungen	196
3.1.3.1	Zum Begriff der substanziellen Lernumgebung	197
3.1.3.2	›Gute‹ Aufgaben und ›neue‹ Aufgabenkultur	199
3.1.3.3	Merkmale guter Aufgaben und einer sachgerechten Aufgabenkultur	200
3.1.4	Fehler und Lernschwierigkeiten	202
3.1.4.1	›Fehleranfällige‹ Lernbereiche?.....	206
3.1.4.2	Ursachen von Lernschwierigkeiten	208
3.1.4.3	Diagnostik	209
3.1.4.4	Folgerungen für Förderung und Unterricht.....	212
3.1.5	Motivation	215
3.1.6	Differenzierung.....	224
3.1.6.1	Heterogene Lerngruppen	224
3.1.6.2	›Natürliche‹ Differenzierung	226
3.1.7	Rolle und Fachkompetenz der Lehrenden.....	235
3.1.7.1	Angebote der Lehrerbildung	236
3.1.7.2	Folgen mangelnder Fachkompetenz.....	237
3.2	Arbeitsmittel und Veranschaulichungen	240
3.2.1	Das Qualitätsproblem.....	241
3.2.2	Versuch einer Begriffsklärung	242
3.2.3	Mentale Bilder und mentales Operieren	245
3.2.4	Konkretheit, Symbolcharakter und theoretische Begriffe.....	247
3.2.5	Ablehnung und Ablösung von Arbeitsmitteln und Veranschaulichungen	254
3.2.6	Funktionen von Arbeitsmitteln und Veranschaulichungen.....	257
3.2.7	Beurteilung von Arbeitsmitteln und Veranschaulichungen	261

3.3	Elektronische Medien.....	263
3.3.1	Taschenrechner.....	263
3.3.1.1	Zum Forschungsstand.....	265
3.3.1.2	Mögliche Gründe für die Zurückhaltung in den Schulen.....	265
3.3.1.3	Entweder – oder?	266
3.3.1.4	Perspektiven	267
3.3.1.5	Beispiele für einen sinnvollen Taschenrechnereinsatz.....	270
3.3.2	Computer.....	273
3.3.2.1	Vorbemerkungen.....	273
3.3.2.2	Fragwürdige Suggestionen.....	276
3.3.2.3	Entprofessionalisierungs-Tendenzen.....	281
3.3.2.4	Beispiele für einen sinnvollen Computereinsatz.....	288
3.3.2.5	Perspektiven	295
4	Spannungsfelder des Mathematikunterrichts	299
4.1	Anwendungs- & Strukturorientierung.....	299
4.2	Fertigkeiten & Fähigkeiten.....	303
4.3	Schülerorientierung & Fachorientierung.....	305
4.4	Eigene Wege & Konventionen.....	306
4.5	Offene & geschlossene Aufgaben	309
4.6	Individuelles Lernen & Leistungsbewertung	312
	Literatur	316
	Schlagwortverzeichnis.....	342