

# Inhaltsverzeichnis

<b>1 Ebene Kinematik</b>	<b>1</b>
1.1 Erste Differentiationsordnung ebener Bewegungen . . . . .	1
1.1.1 Fünf Beispiele . . . . .	1
1.1.2 Kinematische Ketten, Mechanismen . . . . .	4
1.1.3 Darstellung ebener Kurven . . . . .	5
1.1.4 Tangenten ebener Kurven. . . . .	9
1.1.5 Singuläre Kurvenpunkte . . . . .	13
1.1.6 Bogenlänge ebener Kurven, natürliche Parametrisierung	17
1.1.7 Die FRENET-Gleichungen ebener Kurven . . . . .	19
1.1.8 Die Krümmung ebener Kurven, Wendepunkte . . . . .	20
1.1.9 Krümmungskreis ebener Kurven, Scheitel . . . . .	25
1.1.10 Die Evolute einer ebenen Kurve . . . . .	28
1.1.11 Hüllkurven, eine Erzeugung der Evolute, ein Resultat von BEREIS . . . . .	30
1.1.12 Parallelkurven . . . . .	34
1.1.13 Evolventen, Lösung von Beispiel ?? . . . . .	37
1.1.14 Fußpunktcurven und Gegenpunktcurven . . . . .	40
1.1.15 Herleitung der Bewegungsgleichungen der ebenen Ki- nematik . . . . .	46
1.1.16 Aus der Getriebesystematik. Die Formel von GRÜBLER	50
1.1.17 Geschwindigkeiten . . . . .	55
1.1.18 Die beiden Fundamentalsätze der ebenen Kinematik, Polkurven . . . . .	60
1.1.19 Geschwindigkeitsermittlung nach EULER . . . . .	68
1.1.20 Der erste Satz von MEHMKE bzw. BURMESTER . . . . .	70
1.1.21 Fernpolstellungen . . . . .	71
1.1.22 Hüllbahnen, speziell Geradenhüllbahnen . . . . .	75
1.1.23 Rollgleitzahl, Hüllkurvenpaare zu vorgegebener Roll- gleitzahl . . . . .	82
1.1.24 Umkehrbewegung (inverse Bewegung) . . . . .	85
1.1.25 Dreipolsatz von ARONHOLD/KENNEDY, Polpläne . . . . .	86
1.1.26 Die Ellipsenbewegung (Kreuzschieber) . . . . .	92
1.1.27 Die Oldham Bewegung . . . . .	97

1.1.28	Die einfach geschränkte Winkelschleife . . . . .	99
1.1.29	Das Koppelgetriebe . . . . .	102
1.1.30	Einige spezielle Koppelgetriebe . . . . .	115
1.1.31	Numerische Analyse der Koppelgetriebe . . . . .	119
1.1.32	Die Trochoidenbewegung und deren Verallgemeinerung	122
1.1.33	Zykloiden- und Kreisevolventenbewegung . . . . .	135
1.1.34	Die Begleitbewegung längs einer Kurve . . . . .	137
1.2	Höhere Differentiationsordnungen . . . . .	138
1.2.1	Beschleunigungen . . . . .	138
1.2.2	Die CORIOLIS-Beschleunigung . . . . .	139
1.2.3	Der zweite Satz von MEHMKE bzw. BURMESTER . . .	140
1.2.4	Der Beschleunigungspol, Beschleunigung bei Drehungen	141
1.2.5	Beschleunigung auf ebenen Bahnen . . . . .	147
1.2.6	Beschleunigungsermittlung nach L. EULER . . . . .	150
1.2.7	Beschleunigungsanalyse am Koppelgetriebe . . . . .	153
1.2.8	Der HARTMANN-Kreis . . . . .	153
1.2.9	Kurven konstanter Normalbeschleunigung, Wendekreis	156
1.2.10	Tangentialkreis und Kurven konstanter Tangentialbe- schleunigung . . . . .	160
1.2.11	Ein Satz von R. BEREIS . . . . .	162
1.2.12	Die Formel von EULER-SAVARY, die Sägezahnkonstruk- tion . . . . .	164
1.2.13	Die Konstruktion von E. BOBILLIER . . . . .	168
1.2.14	Die quadratische Krümmungsverwandschaft . . . . .	171
1.2.15	Die Konstruktion von EULER-SAVARY und der Projek- tionsatz . . . . .	173
1.2.16	Krümmungen von Hüllbahnen, Rückkehrkreis . . . . .	176
1.2.17	Dritter Normalpol, Poltrapez, Affinnormale . . . . .	178
1.2.18	Die Krümmungsmittelpunkte der Polbahnen . . . . .	187
1.2.19	Die Scheitelkubik . . . . .	190
1.2.20	Einige Differentialeigenschaften 4. Ordnung . . . . .	192

## **2 Raumkinematik 195**

2.1	Raumkurven, Flächen und Liniengeometrie . . . . .	195
2.1.1	Raumkurven, Tangentenvektor, Bogenlänge . . . . .	195
2.1.2	Schmiegeebene und begleitendes Dreibein . . . . .	202
2.1.3	Krümmung und Krümmungskreis . . . . .	206
2.1.4	Ableitungsgleichungen und Windung . . . . .	210
2.1.5	Zentrale Begriffe aus der Flächentheorie . . . . .	213
2.1.6	Berührung von Raumkurven und die Berührung einer Raumkurve mit einer Fläche . . . . .	222
2.1.7	Krümmungsachse und Schmiegekugel . . . . .	225
2.1.8	Windschiefe Geraden . . . . .	228
2.1.9	Schnittbedingung zweier Geraden, die Formel von SOM- MERVILLE . . . . .	231

2.1.10	Lineare Geradenkomplexe . . . . .	236
2.1.11	Die Formel von HLAVATY, Gewindedurchmesser und Gewindeachse . . . . .	239
2.1.12	Eine anschauliche Deutung eines Gewindes . . . . .	242
2.1.13	Der Schraubtangentialkomplex . . . . .	247
2.1.14	Regelflächen, Torsalerzeugende, PLÜCKER-Konoid . . . . .	252
2.1.15	Abwickelbare Regelflächen, der Satz von MAGNUS . . . . .	257
2.1.16	Drall und Striktionslinie einer Regelfläche . . . . .	259
2.1.17	Begleitendes Dreibein einer Regelfläche, die Berührungskor- relation . . . . .	264
2.2	Grundzüge der Raumkinematik . . . . .	269
2.2.1	Abbildungen und Bewegungen in $E_3$ . . . . .	269
2.2.2	Koordinatendarstellung von Bewegungen des $E_3$ . . . . .	272
2.2.3	Aus der Getriebesystematik, die Formel von GRÜBLER . . . . .	277
2.2.4	Ein räumlicher Kreuzschieber . . . . .	282
2.2.5	Geschwindigkeiten . . . . .	285
2.2.6	Beschleunigungen . . . . .	294
2.2.7	Die Formeln von EULER für Geschwindigkeiten und Be- schleunigungen . . . . .	299
2.2.8	Drehungen und Schraubungen im dreidimensionalen eu- klidischen Raum $E_3$ . . . . .	303
2.2.9	Die Achsenflächen (Axoide) einer Raumbewegung . . . . .	319
2.2.10	Bahnregelflächen . . . . .	322
2.2.11	Drei bewegte räumliche Systeme . . . . .	327
2.2.12	EULER-Winkel . . . . .	335
2.2.13	Die Formeln von RODRIGUES . . . . .	339
2.2.14	Raumkinematik im kanonischen Bezugssystem . . . . .	348
2.2.15	Lokale Kinematik im kanonischen System . . . . .	357
2.2.16	Ein Blick in die sphärische Kinematik . . . . .	371
<b>3</b>	<b>Robotik</b> . . . . .	<b>377</b>
3.1	Elementare Raumbewegungen . . . . .	378
3.1.1	Raumkongruenzen und der symbolische Kalkül mit den 3-Beinen des Euklidischen Raumes . . . . .	378
3.1.2	Lineare Vektorfelder, Integralkurven und die Exponen- tialfunktion . . . . .	384
3.1.3	Duale Vektoren, Schrauben, Speere und die adjungierte Abbildung . . . . .	402
3.2	Geometrie und Kinematik serieller Roboter . . . . .	411
3.2.1	Die direkte Aufgabe der Robotik . . . . .	418
3.2.2	Die inverse Aufgabe für die Lagen . . . . .	428
3.2.3	Geschwindigkeitsfeld, JACOBI-Matrix und die direkte Aufgabe für Geschwindigkeiten . . . . .	436
3.2.4	Die inverse Aufgabe für Geschwindigkeiten . . . . .	445
3.2.5	Beschleunigungen . . . . .	446

3.2.6	Singuläre Lagen . . . . .	454
3.3	Geometrie und Kinematik paralleler Roboter . . . . .	491
3.3.1	Einleitung . . . . .	491
3.3.2	Quaternionen, STUDY-Darstellung, kinematischer Bildraum . . . . .	495
3.3.3	Direkte Kinematik paralleler Roboter . . . . .	501
3.3.4	Inverse Kinematik paralleler Roboter . . . . .	517
3.3.5	Singuläre Lagen paralleler Roboter . . . . .	517
<b>4</b>	<b>Kinetik und Dynamik</b>	<b>525</b>
4.1	Eigenschaften der Mehrkörpersysteme . . . . .	525
4.1.1	Einführung in die technische Dynamik . . . . .	525
4.1.2	Aufbau von Mehrkörpersystemen . . . . .	526
4.1.3	Gliederung der Mehrkörpersysteme . . . . .	528
4.2	Kinematik als Voraussetzung für Dynamik . . . . .	530
4.2.1	Generalisierte Koordinaten . . . . .	530
4.2.2	Nützliche Schreibweisen im Zusammenhang mit der dynamischen Analyse . . . . .	532
4.2.3	Lage, Geschwindigkeit, Beschleunigung eines Punktes . . . . .	535
4.2.4	Geschwindigkeiten, Beschleunigungen in der Robotik . . . . .	539
4.2.5	Virtuelle Verschiebungen . . . . .	550
4.3	Kräfte und Momente . . . . .	552
4.3.1	Kräfte- und Momentenarten . . . . .	552
4.3.2	Ermittlung der eingprägten Kräfte und Momente . . . . .	554
4.4	Trägheitseigenschaften starrer Körper . . . . .	562
4.4.1	Berechnung des Massenschwerpunktes . . . . .	563
4.4.2	Massenträgheit eines Körpers . . . . .	565
4.4.3	Satz von Steiner . . . . .	567
4.5	Bewegungsgleichungen für starre Körper . . . . .	570
4.5.1	Newtonsche und Eulersche Gleichungen . . . . .	570
4.5.2	Prinzipien der Mechanik . . . . .	573
4.5.3	Bewegungsgleichungen . . . . .	575
	<b>Anhang</b>	<b>583</b>
A	Algebraische Grundlagen . . . . .	583
A.1	Matrizen und Determinanten . . . . .	583
A.2	Algebraische Strukturen . . . . .	589
A.3	Komplexe Zahlen, duale Zahlen und Quaternionen . . . . .	594
B	Liniengeometrische Grundlagen . . . . .	603
	<b>Inhaltsverzeichnis</b>	<b>609</b>
	<b>Index</b>	<b>625</b>