

Inhalt

1	Metrische Räume, normierte Räume und Hilberträume	11
1.1	Metrische und normierte Räume	11
1.2	Vektorräume mit Skalarprodukt (Prähilberträume)	17
1.3	Konvergenz und Vollständigkeit	26
1.4	L^p -Räume	38
1.5	Orthogonalität	47
1.6	Tensorprodukte von Hilberträumen	59
1.7	Übungen	63
2	Lineare Operatoren und Funktionale	68
2.1	Beschränkte Operatoren	69
2.2	Stetige lineare Funktionale	74
2.3	Satz von der gleichmäßigen Beschränktheit, starke und schwache Konvergenz	84
2.4	Der adjungierte Operator	93
2.5	Orthogonale Projektionen, isometrische und unitäre Operatoren	109
2.6	Anhang zu Kapitel 2	119
2.6.1	Der Interpolationssatz von Riesz–Thorin	119
2.6.2	Selbstadjungierte Fortsetzungen hermitescher Operatoren . . .	122
2.7	Übungen	125

3	Kompakte Operatoren	130
3.1	Definition und grundlegende Eigenschaften	130
3.2	Entwicklungssätze	137
3.3	Hilbert–Schmidt–Operatoren	144
3.4	Die Schattenklassen kompakter Operatoren	148
3.5	Übungen	156
4	Abgeschlossene Operatoren	159
4.1	Satz vom abgeschlossenen Graphen	159
4.2	Halbbeschränkte Operatoren und Formen	170
4.3	Normale Operatoren	176
4.4	Komplexifizierung und Konjugation	178
4.5	Übungen	183
5	Spektraltheorie abgeschlossener Operatoren	187
5.1	Grundbegriffe der Spektraltheorie	187
5.2	Das Spektrum selbstadjungierter, symmetrischer und normaler Operatoren	197
5.3	Operatoren mit reinem Punktspektrum	202
5.4	Spektraltheorie allgemeiner kompakter Operatoren	206
5.5	Übungen	212
6	Klassen linearer Operatoren	214
6.1	Multiplikationsoperatoren	214
6.2	Matrixoperatoren	217
6.3	Integraloperatoren	225
6.4	Hilbert–Schmidt– und Carlemanoperatoren	231
6.5	Differentialoperatoren in $L^2(a, b)$	243
6.6	Übungen	254

7	Quantenmechanik und Hilbertraumtheorie	256
7.1	Formalismus der Quantenmechanik	256
7.2	Die Evolutionsgruppe und die Selbstadjungiertheit des Schrödingeroperators	264
7.3	Übungen	273
8	Spektraltheorie selbstadjungierter Operatoren	276
8.1	Integrale bezüglich einer Spektralschar	276
8.2	Operatoren als Integrale über Spektralscharen	284
8.3	Der Spektralsatz für selbstadjungierte Operatoren	292
8.4	Funktionen selbstadjungierter Operatoren	301
8.5	Spektrum und Spektralschar	305
8.6	Halbordnung selbstadjungierter Operatoren	313
8.7	Übungen	318
9	Störungstheorie selbstadjungierter Operatoren	323
9.1	Störungen selbstadjungierter Operatoren	324
9.2	Stabilität des wesentlichen Spektrums	333
9.3	Norm- und starke Resolventenkonvergenz	341
9.4	Übungen	353
10	Selbstadjungierte Fortsetzungen symmetrischer Operatoren	357
10.1	Defektzahlen und Cayleytransformierte	358
10.2	Konstruktion selbstadjungierter Fortsetzungen	366
10.3	Kriterien für die Gleichheit der Defektzahlen	369
10.4	Spektren selbstadjungierter Fortsetzungen symmetrischer Operatoren	373
10.5	Übungen	377

11	Fouriertransformation und Differentialoperatoren	380
11.1	Fouriertransformation auf $L^1(\mathbb{R}^m)$ und $\mathcal{S}(\mathbb{R}^m)$	380
11.2	Fouriertransformation in $L^2(\mathbb{R}^m)$	389
11.3	Differentialoperatoren mit konstanten Koeffizienten	396
11.4	Elliptische Differentialoperatoren und Sobolev-Räume	400
11.5	Der Operator $-\Delta$ in $L^2(\mathbb{R}^m)$	409
11.6	Übungen	415
A	Einführung in die Lebesguesche Integrationstheorie	419
A.1	Prämaße und Nullmengen	419
A.2	Das Integral für Elementarfunktionen	421
A.3	Integrierbare Funktionen	426
A.4	Grenzwertsätze	428
A.5	Meßbare Mengen und Funktionen, Maße	430
A.6	Produktmaße; der Satz von Fubini–Tonelli	435
A.7	Der Satz von Radon–Nikodym	438
A.8	Absolut stetige Funktionen und partielle Integration	441
A.9	Komplexe Maße	442
A.10	Übungen	446
B	Die Stieltjessche Umkehrformel und ein Satz von G. Herglotz	451
C	Der Satz von Stone–Weierstraß	458
	Literatur	462
	Namen- und Sachverzeichnis	466