

INHALTSVERZEICHNIS

Einleitung	6
I. Grundlagen der Montessori-Pädagogik	9
1. Einleitung	9
2. Anthropologische Grundgedanken Montessoris	9
2.1 Phasen der menschlichen Entwicklung	9
2.1.1 Null bis sechs Jahre	9
2.1.2 Sechs bis zwölf Jahre – Die Ruhephase	13
2.1.3 Das Jugendalter	13
2.2 Polarisation der Aufmerksamkeit	13
2.2.1 Die zentrale Bedeutung der Polarisation der Aufmerksamkeit für die Montessori-Pädagogik	13
2.2.2 Die Verlaufsform der Polarisation der Aufmerksamkeit	14
3. Grundlegende Aspekte der Montessori-Pädagogik	18
3.1 Die vorbereitete Umgebung	19
3.1.1 Entwicklungsmaterial und didaktische Materialien	19
3.1.2 Weitere Grundsätze	24
3.2 Der Erzieher in der Montessori-Pädagogik	25
3.2.1 Grundhaltungen des Erziehers	25
3.2.2 Aufgaben des Erziehers in der Freiarbeit	26
3.3 Das Konzept der freien Arbeit	29
4. Bezug zur eigenen Arbeit	32
II. Das Bruchrechenmaterial Maria Montessoris	33
1. Mathematische Erziehung in der Montessori-Pädagogik	33
2. Das Bruchrechenmaterial	36
2.1 Darstellung des Materials sowie der in dieser Arbeit verwendeten Bezeichnungen	37
2.2 Umgang mit dem Material	40
2.2.1 Einführung in die Bruchrechnung	40
2.2.2 Erweitern und Kürzen von Brüchen	43
2.2.3 Addition	47
2.2.4 Subtraktion	49
2.2.5 Multiplikation	51
2.2.6 Division	53
3. Bezug zur eigenen Arbeit	55
III. Der Bruchzahlbegriff	56
1. Mathematischer Hintergrund zur Verwendung von Größen und Repräsentanten	56
2. Bruchzahlaspekte	57
2.1 Maßzahl	57
2.2 Teil eines Ganzen	59

2.3	Der quasikardinale Aspekt	61
2.3.1	Charakteristiken des Quasikardinalen Aspekts	62
2.3.2	Anwendung des Quasikardinalen Aspekts in der Bruchrechnung	64
2.3.3	Vorzüge des Quasikardinalen Aspekts	65
2.3.4	Grenzen des Quasikardinalen Aspekts	67
2.4	Der Aspekt der Lösung einer linearen Gleichung vom Typ $a \cdot x = b$ oder: Bruchzahlen als Quotient, als Divisionsaufgabe, als Verhältnisangabe	68
2.5	Der Operatoraspekt der Bruchrechnung	70
2.6	Der Äquivalenzklassenaspekt in der Bruchrechnung	70
3.	Bezug zur eigenen Arbeit	71
IV.	Interpretative Unterrichtsforschung	72
1.	Theoretische Grundannahmen und Begriffe	72
1.1	Der Symbolische Interaktionismus	72
1.2	Die Ethnomethodologie	73
1.3	Begriffe zur Analyse von Unterrichtsprozessen	74
2.	Analyse von Verstehensprozessen in der Interpretativen Unterrichtsforschung	78
2.1	Steinbrings Ansatz der epistemologischen Analyse interpretativer Bedeutungskonstitutionen	79
2.2	Maiers Ansatz der Bedeutungskonstitution als individueller Verstehensprozess	82
2.3	Vergleich Maier und Steinbring	86
3.	Bezug zur eigenen Arbeit	88
3.1	Theoretische Grundannahmen und Begriffe	89
3.2	Analyse von Verstehensprozessen	91
3.3	Theoretischer Hintergrund zum Einsatz des epistemologischen Dreiecks in dieser Arbeit	91
V.	Empirische Studien	98
Teil A	Fragestellungen, Organisation und Durchführung	98
1.	Fragestellungen	98
2.	Dokumentation der empirischen Beobachtungen	99
2.1	Video- und Audioaufzeichnungen	101
2.2	Auswahl und Transkription der Szenen	102
3.	Die Interpretation ausgewählter Szenen	104
Teil B	Empirische Analysen	106
1.	Einführung in die Bezeichnung von Brüchen	108

1.1	Beschreibung der Vorgehensweisen im Zuge der Einführung in die Bruchrechnung	108
1.2	Analyse der Vorgehensweisen im Zuge der Einführung in die Bruchrechnung	111
1.3	Vergleich mit der Einführung weiterer Brüche	127
2.	n n-tel sind ein Ganzes	129
2.1	Beschreibung der Vorgehensweisen zur Lösung der ersten in der gesamten Gruppe bearbeiteten Aufgabe	129
2.2	Analyse der Vorgehensweisen zur Lösung der ersten in der gesamten Gruppe bearbeiteten Aufgabe	130
2.3	Vergleich mit den Ergebnissen der Analysen der Vorgehensweisen zur Lösung weiterer Aufgaben	133
3.	Erweitern und Kürzen	136
3.1	Beschreibung der Vorgehensweisen zur Lösung der ersten in der gesamten Gruppe bearbeiteten Aufgabe	136
3.2	Analyse der Vorgehensweisen zur Lösung der ersten in der gesamten Gruppe bearbeiteten Aufgabe	137
3.3	Vergleich mit den Ergebnissen der Analysen der Vorgehensweisen zur Lösung weiterer Aufgaben	141
3.3.1	Aufgaben der 9. Unterrichtsstunde	141
3.3.2	Aufgaben der 10. Unterrichtsstunde	144
4.	Addition	150
4.1	Beschreibung der Vorgehensweisen zur Lösung der ersten in der gesamten Gruppe bearbeiteten Aufgabe	150
4.2	Analyse der Vorgehensweisen zur Lösung der ersten in der gesamten Gruppe bearbeiteten Aufgabe	152
4.3	Vergleich mit den Ergebnissen der Analysen der Vorgehensweisen zur Lösung weiterer Aufgaben	162
5.	Subtraktion	164
5.1	Beschreibung der Vorgehensweisen des Jungen zur Lösung der Aufgaben des 1. und 2. Aufgabentyps	165
5.2	Analyse der Vorgehensweisen des Jungen zur Lösung der Aufgaben des 1. und 2. Aufgabentyps	166
5.3	Vergleich mit den Ergebnissen zur Lösung der Aufgaben des 3. und 4. Typs	172
6.	Multiplikation	175
6.1	Beschreibung und Analyse der Vorgehensweisen zur Lösung der Aufgaben vom Typ ‚Ganze Zahl mal Bruch‘	175
6.1.1	Beschreibung der Vorgehensweisen zur Lösung der ersten in der gesamten Gruppe bearbeiteten Aufgabe	175
6.1.2	Analyse der Vorgehensweisen zur Lösung der ersten in der gesamten Gruppe bearbeiteten Aufgabe	176
6.1.3	Vergleich mit den Ergebnissen zur Lösung weiterer Aufgaben vom Typ ‚Ganze Zahl mal Bruch‘	184

6.2	Vergleich mit den Ergebnissen der Analyse der Vorgehensweisen zur Lösung von Aufgaben des Typs ‚Bruch mal Bruch‘	187
7.	Division	191
7.1	Beschreibung der Vorgehensweisen zur Lösung der ersten in der gesamten Gruppe bearbeiteten Aufgabe	191
7.2	Analyse der Vorgehensweisen zur Lösung der ersten in der gesamten Gruppe bearbeiteten Aufgabe	192
7.3	Vergleich mit den Ergebnissen der Analysen der Vorgehensweisen zur Lösung weiterer Aufgaben	196
VI.	Resümees	201
1.	Zusammenfassende Ergebnisse zu den rekonstruierten Bruchzahlvorstellungen	201
1.1	Der Aspekt Teil eines Ganzen	201
1.2	Der quasikardinale Aspekt	203
1.3	Der Operatoraspekt	208
2.	Zusammenfassende Ergebnisse zu den rekonstruierten Handlungsformaten	209
3.	Zusammenfassende Ergebnisse zu den rekonstruierten Abstraktionsprozessen	213
VII.	Literaturverzeichnis	217
Anhang		231
1.	Übersicht über die beobachteten Unterrichtsstunden	231
2.	Ergebnisse der Arbeiten	235
2.1	Ergebnisse zum Thema Erweitern und Kürzen, 5. Tag	235
2.2	Ergebnisse zum Thema Erweitern und Kürzen, 6. Tag	236
2.3	Ergebnisse zum Thema Addition	239
2.3.1	Vom Lehrer herausgegebene Aufgabenkarte	239
2.3.2	Ergebnisse der Kinder	240
2.4	Ergebnisse zum Thema Subtraktion	241
2.4.1	Vom Lehrer herausgegebene Aufgabenkarte	241
2.4.2	Ergebnisse der Kinder	242
2.5	Ergebnisse zum Thema ‚Ganze Zahl mal Bruch‘	243
2.5.1	Vom Lehrer herausgegebene Aufgabenkarte	243
2.5.2	Ergebnisse der Kinder	243
2.6	Ergebnisse zum Thema ‚Bruch mal Bruch‘	244
2.6.1	Vom Lehrer herausgegebene Aufgabenkarten	244
2.6.2	Ergebnisse der Kinder	244
2.7	Ergebnisse zum Thema Division	246
2.7.1	Vom Lehrer herausgegebene Aufgabenkarte	246
2.7.2	Ergebnisse der Kinder	246

3.	Transkriptionsregeln	247
4.	Ein Transkript und dessen Analyse dargestellt an einem ausgewählten Beispiel	247
4.1	Beispieltranskript	248
4.2	Analyse des Transkriptes aus Sicht des Lehrers	251
4.3	Analyse des Transkriptes aus Sicht der Schüler	256
4.4	Auswertung der Analysen aus Sicht des Lehrers und aus Sicht der Schüler	263
4.5	Übersicht	269