

Inhaltsverzeichnis

1	Vektoren	1
1.1	Vektoren und Tensoren in der Physik	1
1.2	Vektorrechnung	4
1.2.1	Rechnen mit Vektoren	5
1.2.2	Abstraktion des Vektorbegriffs	7
1.2.3	Das Skalarprodukt	10
1.2.4	Das Vektorprodukt	12
1.2.5	Komponentendarstellung	15
1.2.6	Das Spatprodukt	19
1.2.7	Das doppelte Vektorprodukt	22
1.3	Differentiation	24
1.3.1	Differentiation von Vektorfunktionen	28
1.3.2	Die partielle Ableitung	30
1.4	Krummlinige Koordinaten I	34
1.4.1	Ebene Polarkoordinaten	36
1.4.2	Zylinderkoordinaten	40
1.4.3	Kugelkoordinaten	41
1.4.4	Allgemeine orthogonale Koordinatensysteme	46
1.5	Aufgaben	47

2	Datenanalyse und Fehlerrechnung*	49
2.1	Messungen und Messfehler	50
2.1.1	Die Normalverteilung	52
2.1.2	Die Lorentz-Verteilung	54
2.1.3	Statistische Maße einer Messreihe	55
2.2	Fehlerfortpflanzung	57
2.3	Ausgleichsrechnung	59
2.4	Aufgaben	62
3	Vektoranalysis I	63
3.1	Der Gradient	64
3.2	Die Divergenz	69
3.3	Die Rotation	72
3.4	Divergenz und Rotation	73
3.5	Aufgaben	75
4	Grundprobleme der Dynamik	77
4.1	Gradientenfelder und Energieerhaltung	81
4.1.1	Der schräge Wurf	82
4.1.2	Das Federpendel	85
4.1.3	Das mathematische Pendel	87
4.1.4	Bewegungsgleichungen in Polarkoordinaten	92
4.2	Impulssatz und Drehimpulssatz	95
4.3	Das Zweiteilchensystem	97
4.4	Zentralkraftfelder und Drehimpulserhaltung	99
4.4.1	Keplerproblem	104
4.5	Aufgaben	115
5	Matrizen und Tensoren	117
5.1	Rechnen mit Matrizen	118
5.2	Quadratische Matrizen	120
5.2.1	Taylor-Entwicklung im \mathbb{R}^n	124
5.2.2	Eigenwerte und Eigenvektoren	125

5.2.3	Der Trägheitstensor	129
5.3	Drehung des Koordinatensystems	130
5.3.1	Transformation von Vektoren	133
5.3.2	Transformation von Matrizen*	134
5.3.3	Drehungen*	136
5.4	Diagonalisierung und Matrix-Funktionen*	141
5.4.1	Transformation auf Diagonalform	142
5.4.2	Matrix-Funktionen	145
5.5	Aufgaben	149
6	Lineare Differentialgleichungen*	151
6.1	Gleichungen zweiter Ordnung	152
6.2	Systeme erster Ordnung	156
6.3	Aufgaben	160
7	Lineare Schwingungen	161
7.1	Der harmonische Oszillator	162
7.1.1	Die freie Schwingung	163
7.1.2	Erzwungene Schwingungen	170
7.1.3	Energiebilanz	173
7.1.4	Dynamik im Phasenraum*	175
7.2	Gekoppelte Schwingungen	177
7.3	Aufgaben	185
8	Nichtlineare Dynamik und Chaos	187
8.1	Numerische Lösung von Differentialgleichungen	187
8.2	Der Duffing-Oszillator	190
8.3	Die logistische Differentialgleichung	196
8.4	Iterierte Abbildungen	199
8.5	Fraktale	210
8.6	Aufgaben	217

9	Vektoranalysis II	219
9.1	Integrale über Vektorfelder	222
9.1.1	Kurvenintegrale	222
9.1.2	Wegunabhängigkeit von Kurvenintegralen I	228
9.1.3	Flächen- und Volumenintegrale	232
9.1.4	Oberflächenintegrale	238
9.1.5	Funktionaldeterminanten*	243
9.2	Integraldarstellung von Divergenz und Rotation	246
9.2.1	Die Divergenz als Quellenfeld	246
9.2.2	Die Rotation als Wirbelfeld	248
9.3	Integralsätze von Gauß und Stokes	249
9.3.1	Der Satz von Gauß	251
9.3.2	Der Satz von Stokes	252
9.4	Krummlinige Koordinaten II	253
9.5	Elementare Anwendungen	257
9.5.1	Die Maxwell-Gleichungen	257
9.5.2	Die integrale Form der Maxwell-Gleichungen	258
9.5.3	Der Zylinderkondensator	259
9.5.4	Die Kontinuitätsgleichung	261
9.5.5	Wegunabhängigkeit von Kurvenintegralen II	262
9.5.6	Der Zerlegungssatz	263
9.5.7	Die Poisson-Gleichung	264
9.6	Aufgaben	265
10	Die Delta-Funktion	267
10.1	Elementare Definition der Delta-Funktion	268
10.2	Eigenschaften der Delta-Funktion	271
10.3	Die dreidimensionale Delta-Funktion	275
10.4	Theorie der Distributionen*	278
10.5	Aufgaben	282

11 Partielle Differentialgleichungen	283
11.1 Die Poisson-Gleichung	284
11.1.1 Die Poisson-Gleichung in der Elektrostatik	285
11.1.2 Die Multipolentwicklung	289
11.1.3 Die Poisson-Gleichung in der Magnetostatik	291
11.2 Poisson-Gleichung: Numerische Lösung	293
11.2.1 Die eindimensionale Poisson-Gleichung	294
11.2.2 Die zweidimensionale Poisson-Gleichung	298
11.3 Die zeitabhängigen Maxwell-Gleichungen*	301
11.4 Die Diffusionsgleichung	303
11.4.1 Die eindimensionale Diffusionsgleichung	303
11.4.2 Numerische Lösung der Diffusionsgleichung	309
11.4.3 Diffusion und ‘Random Walk’	310
11.5 Die Wellengleichung	313
11.5.1 Eindimensionale Wellen	314
11.5.2 Die zweidimensionale Wellengleichung	323
11.5.3 Dreidimensionale ebene Wellen	327
11.6 Aufgaben	328
12 Orthogonale Funktionen	331
12.1 Orthogonale Polynome	332
12.2 Fourier-Reihen	339
12.2.1 Beispiele für Fourier-Reihen	341
12.2.2 Allgemeine Eigenschaften der Fourier-Reihen	347
12.2.3 Der periodisch angetriebene harmonische Oszillator	348
12.3 Fourier-Transformationen	350
12.3.1 Eigenschaften der Fourier-Transformation	351
12.3.2 Beispiele für Fourier-Transformationen	354
12.3.3 Die Unschärferelation*	357
12.3.4 Anwendungen der Fourier-Transformation	359
12.4 Aufgaben	363

13 Wahrscheinlichkeit und Entropie*	365
13.1 Wahrscheinlichkeit	365
13.1.1 Grundlagen der Wahrscheinlichkeitstheorie	366
13.1.2 Wahrscheinlichkeit und Häufigkeit	372
13.2 Entropie	373
13.2.1 Ein Maß für die Unbestimmtheit	374
13.2.2 Eigenschaften von $S(p_1, \dots, p_n)$:	378
13.3 Maximale Unbestimmtheit	380
13.4 Die Boltzmann-Verteilung	385
13.4.1 Der harmonische Oszillator	385
13.4.2 Magnetisierung	386
13.4.3 Das ideale einatomige Gas	388
13.5 Entropie und Irreversibilität	391
13.6 Aufgaben	393
Anhang	395
A Der Vektorraum der Polynome*	395
B Komplexe Zahlen	399
B.1 Konjugiert komplexe Zahlen	402
B.2 Die Polardarstellung	404
B.3 Komplexe Wurzeln	406
B.4 Fundamentalsatz der Algebra	408
C Kegelschnitte	409
C.1 Die Ellipse	409
C.2 Die Hyperbel	414
C.3 Die Parabel	417
C.4 Quadratische Formen	418
C.5 Die Familie der Kegelschnitte	419
Lösungen der Übungsaufgaben	421
Index	492