

Inhaltsverzeichnis

Vorworte	i
Einleitung	ix
1 Vektoralgebra	1
1.1 Grundbegriffe	1
1.1.1 Maßzahlkollektive	1
1.1.2 Betrag und Einsvektor	2
1.1.3 Vergleiche	3
1.2 Elementare Operationen	4
1.2.1 Geometrische Addition und Subtraktion	4
1.2.2 Teilvektor und Richtungskosinus	7
1.2.3 Spaltenvektor	8
1.2.4 Analytische Addition und Subtraktion	9
1.2.5 Ortsvektor	10
1.2.6 Multiplikation mit Skalaren	12
1.2.7 Anwendungen in der Planimetrie	13
2 Produkte aus Vektoren	15
2.1 Punktprodukt	15
2.1.1 Definition	15
2.1.2 Merkmale	17
2.1.3 Anwendungen in der ebenen Trigonometrie	17
2.2 Kreuzprodukt	19
2.2.1 Definition	19
2.2.2 Merkmale	22
2.2.3 Anwendung in der Goniometrie	22
2.3 Elementare Vektorgleichungen	23
2.3.1 Auflösung nach Vektoren	23
2.3.2 Auflösung nach Skalaren	23
2.4 Spatprodukt	25
2.4.1 Definition	25
2.4.2 Merkmale	26
2.4.3 Reziproke Dreibeine	27

2.4.4	Anwendung in der Algebra	29
2.5	Mehrfache Kreuzprodukte	30
2.5.1	Kreuz-Kreuz-Produkt	30
2.5.2	Kreuz-Punkt-Kreuz-Produkt	32
2.5.3	Kreuz-Kreuz-Kreuz-Produkt	34
3	Analytische Geometrie	35
3.1	Gerade	35
3.1.1	Abstand Gerade-Punkt	36
3.1.2	Abstand zweier Geraden	37
3.1.3	Schnittpunkt zweier Geraden	38
3.2	Ebene	39
3.2.1	Schnittpunkt von Gerade und Ebene	41
3.2.2	Schnittgerade zweier Ebenen	42
3.2.3	Schnittpunkt dreier Ebenen	43
3.3	Kegelschnitte	43
3.4	Lineare Transformationen kartesischer Koordinaten	45
3.4.1	Translation	45
3.4.2	Drehung	46
3.4.3	Anwendung auf Kegelschnitte	47
4	Vektoranalysis	49
4.1	Einführung	49
4.1.1	Vektorielle Funktionen	49
4.1.2	Ableitungsregeln	50
4.2	Örtliche Differenzialoperationen 1. Ordnung	52
4.2.1	Gradient	52
4.2.2	Divergenz	54
4.2.3	Rotor	56
4.2.4	Besondere Vektorfelder	57
4.2.5	Nabla-Operator	58
4.2.6	Nabla-Kalkül	60
4.3	Anwendungen in Mathematik und Physik	64
4.3.1	Orthogonaltrajektorien	64
4.3.2	Einhüllende	65
4.3.3	Taylorsche Reihe	66
4.3.4	Energiesatz der klassischen Dynamik	67
4.3.5	Poyntingscher Satz der Elektrodynamik	69
4.3.6	Grundlagen der Hydrodynamik	69
4.4	Örtliche Differenzialoperationen 2. Ordnung	70
4.4.1	Laplace-Operator	70
4.4.2	Anwendung in der Potenzialtheorie	71

4.4.3	Anwendung in der Funktionentheorie	73
4.4.4	Anwendung in der Wellenoptik	74
5	Differenzialgeometrie	77
5.1	Räumliche Kurven und Bahnen	77
5.1.1	Tangentenvektor	78
5.1.2	Hauptnormalenvektor und Krümmung	79
5.1.3	Binormalenvektor und Windung	81
5.1.4	Frenetsche Formeln	82
5.2	Krumme Flächen	83
5.2.1	Darstellungsformen	83
5.2.2	1. Grundform der Flächentheorie	84
5.2.3	Anwendung der Metrik	85
5.2.4	2. Grundform der Flächentheorie	86
5.2.5	Satz von Meusnier	87
5.2.6	Krümmungsmaße	88
5.2.7	Satz von Euler	90
5.2.8	Geometrieklassen	91
5.2.9	Satz von Rodrigues	93
5.2.10	Theorema egregium	94
5.2.11	Regelflächen und Torsen	95
6	Krummlinige rechtwinklige Koordinaten u, v, w	99
6.1	Transformation von x, y, z zu u, v, w	99
6.1.1	Geometrische Grundlagen	99
6.1.2	Gradient	102
6.1.3	Divergenz	102
6.1.4	Rotor	103
6.1.5	Laplace-Operator	104
6.2	Spezielle Koordinaten	105
6.2.1	Zylinderkoordinaten ($u = \rho, v = \varphi, w = z$)	105
6.2.2	Kugelkoordinaten ($u = r, v = \vartheta, w = \varphi$)	108
7	Vektorielle Integrale	111
7.1	Grundregeln	111
7.2	Linien- und Umlaufintegrale	112
7.3	Flächen- und Hüllenintegrale	114
7.3.1	Inhalte ebener Flächen	114
7.3.2	Oberflächen krummer Flächen	115
7.3.3	Anwendung in der Astronomie	118
7.4	Schwerpunkte	120
7.4.1	Körperschwerpunkt	120

7.4.2	Flächenschwerpunkt	121
8	Integralsätze	123
8.1	Satz von Stokes	123
8.1.1	Herleitung	123
8.1.2	Folgerungen	125
8.1.3	Anwendung in der Elektrodynamik	126
8.2	Satz von Gauß	127
8.2.1	Herleitung	127
8.2.2	Folgerungen	128
8.2.3	Anwendung in Mechanik und Elektrodynamik	129
8.3	Formel von Gauß	130
8.3.1	Herleitung	130
8.3.2	Folgerungen	131
8.3.3	Anwendung in der Funktionentheorie	132
8.3.4	Anwendung in der Aerodynamik	132
8.4	Satz von Green	134
8.5	Singularitäten im Integrationsgebiet	135
8.5.1	Ebene Zirkulationsströmung	136
8.5.2	Ebene Quellströmung	137
8.5.3	Räumliche Quellströmung	138
8.6	Greensche Funktion	140
8.6.1	Integration der poissonschen Differenzialgleichung	140
8.6.2	Integration der laplaceschen Differenzialgleichung	144
8.6.3	Integration der helmholtzschen Differenzialgleichung	148
9	Parameterintegrale	153
9.1	Linienintegrale	153
9.1.1	Sonderfälle	154
9.1.2	Anwendung in der Strömungslehre	154
9.2	Flächenintegrale	155
9.2.1	Sonderfälle	155
9.2.2	Anwendung in der Elektrodynamik	156
9.3	Raumintegrale	156
10	Variationsrechnung	159
10.1	Geschichte	159
10.2	Probleme ohne Nebenbedingungen	160
10.2.1	Eulersche Differenzialgleichung	160
10.2.2	Bewegliche Randpunkte	162
10.2.3	Zweidimensionale Probleme	163
10.2.4	Anwendung in der Geometrie	163

10.2.5	Anwendung in der Strahlenoptik	164
10.2.6	Anwendungen in der Mechanik	166
10.2.7	Singuläre Extremalen	168
10.3	Probleme mit Nebenbedingungen	169
10.3.1	Nebenbedingungen in Gleichungsform	169
10.3.2	Nebenbedingungen in Integralform	170
10.3.3	Anwendungen in der Geometrie	170
11	Tensorrechnung	173
11.1	Grundlagen	173
11.1.1	n -dimensionale Vektoren	173
11.1.2	Lineare Transformation	174
11.1.3	Tensormerkmale	175
11.1.4	Beispiele aus der 3-dimensionalen Vektorrechnung	176
11.1.5	Beispiele aus der klassischen Physik	177
11.1.6	Systematik	179
11.2	Wechsel des Bezugssystems	180
11.2.1	Vektortransformation	180
11.2.2	Riemannsche Geometrie	183
11.3	Orthogonale Transformation	184
11.3.1	Drehung	184
11.3.2	Tensortransformation	185
11.3.3	Lorentz-Transformation	186
11.4	Eigensystem	192
11.4.1	Eigenvektoren	192
11.4.2	Tensorfläche	194
11.4.3	Invarianten	196
	Anhang A: Lösung der Aufgaben	197
	Anhang B: Konkurrierende Begriffe	297
	Stichwortverzeichnis	299