

Inhaltsverzeichnis

| | |
|--|-----------|
| 1 Grundlagen | 13 |
| 1.1 Grundbegriffe der Logik | 13 |
| 1.1.1 Aussagen, Elemente und Mengen | 13 |
| 1.1.2 Aussageformen und Aussagenverbindungen | 15 |
| 1.1.3 Beweisverfahren | 19 |
| 1.2 Grundbegriffe der Mengenlehre | 21 |
| 1.2.1 Mengenoperationen | 21 |
| 1.2.2 Lösen von Ungleichungen | 25 |
| 1.2.3 Produktmengen und Abbildungen | 27 |
| 1.3 Funktionen | 33 |
| 1.3.1 Grundbegriffe | 33 |
| 1.3.2 Hilfsfunktionen | 35 |
| 1.3.3 Eigenschaften von Funktionen | 37 |
| 1.4 Grundfunktionen | 45 |
| 1.4.1 Potenzfunktionen | 45 |
| 1.4.2 Winkelfunktionen | 46 |
| 1.4.3 Exponential- und Logarithmusfunktionen | 56 |
| 1.5 Elementare Funktionen | 58 |
| 1.5.1 Polynome, ganze rationale Funktionen | 58 |
| 1.5.2 Gebrochen rationale Funktionen | 64 |
| 1.5.3 Hyperbolische und Area-Funktionen | 65 |
| 1.6 Die binomische Formel | 69 |
| 1.7 Hinweise zur Arbeit mit CAS-Rechnern | 70 |
| 2 Komplexe Zahlen | 71 |
| 2.1 Definition der komplexen Zahlen | 71 |
| 2.2 Darstellungen komplexer Zahlen | 73 |
| 2.3 Rechenoperationen mit komplexen Zahlen | 76 |
| 2.4 Potenzieren und Radizieren | 80 |
| 2.5 Produktdarstellung von Polynomen | 84 |

| | | |
|----------|---|------------|
| 2.6 | Komplexe Zahlen mit CAS-Rechnern | 86 |
| 2.7 | Aufgaben | 87 |
| 3 | Vektoren | 89 |
| 3.1 | Grundbegriffe | 89 |
| 3.2 | Vektoroperationen | 90 |
| 3.2.1 | Addition von Vektoren | 91 |
| 3.2.2 | Multiplikation eines Vektors mit einer reellen Zahl | 92 |
| 3.2.3 | Das Skalarprodukt von Vektoren (inneres Produkt) | 93 |
| 3.2.4 | Das Vektorprodukt (Kreuzprodukt, äußeres Produkt) | 96 |
| 3.2.5 | Das Spatprodukt | 98 |
| 3.3 | Darstellung von Vektoren in der Ebene und im Raum | 99 |
| 3.3.1 | Vektordarstellung in der Ebene | 99 |
| 3.3.2 | Vektordarstellung im Raum | 100 |
| 3.3.3 | Vektoroperationen | 101 |
| 3.4 | Anwendungen in der Geometrie | 107 |
| 3.4.1 | Parameterdarstellung einer Geraden | 107 |
| 3.4.2 | Parameterdarstellung einer Ebene | 109 |
| 3.4.3 | Parameterfreie Darstellung einer Ebene | 111 |
| 3.4.4 | Parameterfreie Darstellung einer Geraden | 113 |
| 3.4.5 | Abstandsprobleme | 114 |
| 3.4.6 | Aufgaben | 117 |
| 3.5 | Der n-dimensionale Vektorraum \mathbb{R}^n | 119 |
| 3.6 | Vektoren mit CAS-Rechnern | 123 |
| 4 | Matrizen und lineare Gleichungssysteme | 125 |
| 4.1 | Grundbegriffe | 125 |
| 4.2 | Matrizenoperationen | 128 |
| 4.2.1 | Addition von Matrizen | 128 |
| 4.2.2 | Multiplikation einer Matrix mit einer reellen Zahl | 129 |
| 4.2.3 | Multiplikation von Matrizen | 129 |
| 4.2.4 | Aufgaben | 131 |
| 4.2.5 | Verflechtungsmodelle | 132 |
| 4.3 | Lineare Gleichungssysteme | 135 |
| 4.3.1 | Grundbegriffe | 135 |
| 4.3.2 | Gaußsches Eliminationsverfahren | 137 |
| 4.3.3 | Lösbarkeit linearer Gleichungssysteme | 139 |
| 4.4 | Inverse Matrizen | 142 |
| 4.5 | Determinanten | 145 |
| 4.6 | Lineare Unabhängigkeit von Vektoren | 148 |

| | | |
|----------|--|------------|
| 4.7 | Eigenwerte und Eigenvektoren | 152 |
| 4.8 | Matrizen mit CAS-Rechnern | 155 |
| 5 | Kurven in der Ebene und im Raum | 159 |
| 5.1 | Koordinatensysteme | 159 |
| 5.2 | Ebene Kurven | 163 |
| 5.2.1 | Einführung | 163 |
| 5.2.2 | Algebraische Kurven zweiter Ordnung | 165 |
| 5.2.3 | Rollkurven | 169 |
| 5.2.4 | Spiralen | 171 |
| 5.2.5 | Darstellung ebener Kurven mit CAS-Rechnern | 171 |
| 5.3 | Raumkurven | 174 |
| 6 | Grenzwerte von Folgen und Funktionen | 175 |
| 6.1 | Folgen und Reihen von reellen Zahlen | 175 |
| 6.1.1 | Zahlenfolgen und deren Eigenschaften | 175 |
| 6.1.2 | Grenzwerte von Zahlenfolgen | 178 |
| 6.1.3 | Zahlenreihen | 186 |
| 6.2 | Grenzwerte bei Funktionen | 192 |
| 6.3 | Stetigkeit von Funktionen | 199 |
| 7 | Differenzialrechnung | 205 |
| 7.1 | Ableitung einer Funktion | 205 |
| 7.2 | Ableitung einiger elementarer Funktionen | 209 |
| 7.3 | Ableitungsregeln | 211 |
| 7.4 | Differenzial einer Funktion | 217 |
| 7.5 | Höhere Ableitungen | 221 |
| 7.6 | Differenzialrechnung mit CAS-Rechnern | 222 |
| 7.7 | Mittelwertsatz | 223 |
| 7.8 | L'Hospital'sche Regel | 224 |
| 7.9 | Kurvendiskussion | 226 |
| 7.9.1 | Monotonie von Funktionen | 226 |
| 7.9.2 | Krümmung von Funktionen und Kurven | 227 |
| 7.9.3 | Lokale Extrempunkte von Funktionen | 234 |
| 7.10 | Newtonverfahren | 240 |
| 7.11 | Splines | 242 |
| 7.12 | Extremwertaufgaben | 246 |

| | | |
|-----------|--|------------|
| 8 | Integralrechnung | 249 |
| 8.1 | Bestimmtes Integral | 249 |
| 8.2 | Unbestimmtes Integral, Stammfunktion | 250 |
| 8.3 | Integrationsmethoden | 253 |
| 8.3.1 | Substitutionsregel | 253 |
| 8.3.2 | Partielle Integration | 255 |
| 8.3.3 | Integration gebrochener rationaler Funktionen | 258 |
| 8.4 | Hauptsatz | 263 |
| 8.5 | Uneigentliches Integral | 267 |
| 8.6 | Integralrechnung mit CAS-Rechnern | 271 |
| 8.7 | Anwendungen | 272 |
| 8.7.1 | Bogenlänge ebener Kurven | 272 |
| 8.7.2 | Volumen und Mantelinhalt von Rotationskörpern | 275 |
| 8.7.3 | Flächeninhalt ebener Flächen | 281 |
| 8.8 | Numerische Integration | 286 |
| 8.8.1 | Rechteckregel | 287 |
| 8.8.2 | Trapezregel | 288 |
| 8.8.3 | Simpsonregel | 288 |
| 8.8.4 | Beispiele und Folgerungen | 289 |
| 9 | Funktionenreihen | 293 |
| 9.1 | Funktionsfolgen und Funktionenreihen | 293 |
| 9.2 | Potenzreihen | 296 |
| 9.3 | Taylor-Reihen | 300 |
| 9.4 | Fourier-Reihen | 306 |
| 10 | Funktionen mehrerer Variabler | 313 |
| 10.1 | Funktionen zweier Variabler | 313 |
| 10.2 | Funktionen von n Variablen | 316 |
| 10.3 | Differenzialrechnung für Funktionen mehrerer Variabler | 322 |
| 10.3.1 | Partielle Ableitungen | 322 |
| 10.3.2 | Totale Differenzierbarkeit und Gradient | 325 |
| 10.3.3 | Totales Differenzial | 328 |
| 10.3.4 | Richtungsableitung | 330 |
| 10.3.5 | Verallgemeinerte Kettenregel | 332 |
| 10.3.6 | Differenziation implizit gegebener Funktionen | 334 |
| 10.3.7 | Taylor-Formel | 336 |
| 10.3.8 | Lokale Extrempunkte | 337 |
| 10.3.9 | Methode der kleinsten Quadrate | 341 |
| 10.3.10 | Differenziation von Vektorfunktionen | 344 |

| | | |
|-----------|---|------------|
| 10.4 | Integralrechnung für Funktionen mehrerer Variabler | 348 |
| 10.4.1 | Einführung | 348 |
| 10.4.2 | Parameterintegrale | 350 |
| 10.4.3 | Ebene und räumliche Normalbereiche | 353 |
| 10.4.4 | Berechnung von Mehrfachintegralen | 356 |
| 10.4.5 | Transformationen von Integralen | 362 |
| 10.4.6 | Kurvenintegrale | 363 |
| 11 | Differenzialgleichungen | 365 |
| 11.1 | Grundbegriffe | 365 |
| 11.2 | Differenzialgleichungen 1. Ordnung | 367 |
| 11.2.1 | Geometrische Darstellung der Lösung | 367 |
| 11.2.2 | Differenzialgleichungen mit trennbaren Variablen | 369 |
| 11.2.3 | Variation der Konstanten | 373 |
| 11.2.4 | Exakte Differenzialgleichungen | 377 |
| 11.3 | Differenzialgleichungen höherer Ordnung | 379 |
| 11.3.1 | Spezielle Differenzialgleichungen 2. Ordnung | 379 |
| 11.3.2 | Lineare Differenzialgleichungen mit konstanten Koeffizienten | 382 |
| 11.4 | Differenzialgleichungssysteme | 391 |
| 11.5 | Ergänzungen | 397 |
| 12 | Wahrscheinlichkeitsrechnung | 399 |
| 12.1 | Zufällige Ereignisse | 399 |
| 12.1.1 | Grundbegriffe | 399 |
| 12.1.2 | Ereignisoperationen | 402 |
| 12.1.3 | Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses | 405 |
| 12.1.4 | Klassische Methoden | 407 |
| 12.1.5 | Bedingte Wahrscheinlichkeiten | 410 |
| 12.1.6 | Unabhängigkeit von Ereignissen | 412 |
| 12.2 | Zufallsgrößen | 415 |
| 12.2.1 | Zufallsgröße und Verteilungsfunktion | 415 |
| 12.2.2 | Kenngrößen von Zufallsgrößen | 419 |
| 12.2.3 | Normalverteilung | 423 |
| 12.2.4 | Binomialverteilung | 426 |
| 12.2.5 | Poisson- und Exponentialverteilung | 428 |
| 12.2.6 | Weibullverteilung | 431 |
| 12.3 | Mehrdimensionale Zufallsgrößen | 432 |
| 12.3.1 | Grundbegriffe | 432 |
| 12.3.2 | Kovarianz und Korrelation | 435 |

| | | |
|-----------|---|------------|
| 12.3.3 | Zweidimensionale Normalverteilung | 437 |
| 12.3.4 | Summen von Zufallsgrößen und Grenzwertsätze | 438 |
| 12.3.5 | Prüfverteilungen | 440 |
| 12.4 | Stochastik mit CAS-Rechnern | 442 |
| 13 | Mathematische Statistik | 443 |
| 13.1 | Grundbegriffe | 443 |
| 13.2 | Deskriptive Statistik | 444 |
| 13.3 | Induktive Verfahren | 451 |
| 13.3.1 | Parameterschätzungen | 451 |
| 13.3.2 | Beispiele von Parameterschätzungen | 456 |
| 13.3.3 | Parametertests | 459 |
| 13.3.4 | Beispiele zu Parametertests | 460 |
| 13.3.5 | Parameterfreie Verfahren | 465 |
| 13.4 | Ergänzungen | 469 |
| | Lösungen | 471 |
| | Literatur | 499 |
| | Index | 500 |