

Inhaltsverzeichnis

Vorwort	5
Einleitung: Eine andere Sicht der Zahl und des Rechnens	11
Allgemeine Übereinstimmung	11
Allgemeiner Notstand	12
Rechnen als Gnadenakt	13
Die angeblichen Stützen dieser Gnadentheorie	13
Besinnung auf Ursprüngliches	16
Der Aufbau des Rechnens im Überblick	27
1 Das experimentelle Rechnen	37
1.1 Addieren	40
1.2 Subtrahieren	41
1.3 Multiplizieren	43
1.4 Dividieren	44
1.5 Der Einfluss der Wortzahlen	47
1.6 Der Einfluss der Ziffernzahlen	55
1.7 Der Einfluss der Abakuszahlen	58
1.8 Symbole für Rechenhandlungen	62
1.9 Symbole des Vergleichens	64
2 Das erinnernde Rechnen	69
2.1 Das Einspluseins	72
2.1.1 Der Umfang des Einspluseins	72
2.1.2 Das Memorieren des Einspluseins im Unterricht	73
2.1.3 Der Einfluss von Zahlbildern auf das Memorieren	76
2.1.4 Der Einfluss der Cuisenairestäbe	77
2.1.5 Der Einfluss der Fingerzahlen	78
Basisaufgaben des Einspluseins	78
Strategisches Fingerrechnen	79
2.2 Das Einmaleins	85
2.2.1 Vervielfachen statt Malreihen	85
2.2.2 Verkürzte Strategien des Vervielfachens	88
Rechteckzahlen	92
2.2.3 Das Memorieren von Einmaleins-Sätzen	94
Verwandlungen des 5×5 -Quadrates	94
2.2.4 Exkurs zu „Zahl-Verwandlungen“	98
2.3 Das Verkürzen von Rechenhandlungen am Abakus	103

2.3.1	Das Verkürzen des Addierens	103
	Differenzierung: Addieren am russischen Abakus	106
2.3.2	Das Verkürzen des Subtrahierens	107
	Differenzierung: Subtrahieren am russischen Abakus	110
2.3.3	Das Verkürzen des Multiplizierens	111
2.3.4	Das Verkürzen des Dividierens	112
2.3.5	Nochmals: Das Verteilen	115
3	Das beschreibende Rechnen	121
3.1	Beschreibendes Addieren	122
3.2	Beschreibendes Subtrahieren	124
3.3	Beschreibendes Multiplizieren	136
3.4	Beschreibendes Dividieren	140
3.5	Rechnen und Beweisen – eine vertiefende Analyse	145
4	Bruchzahlen in den Schuljahren 4 bis 6	153
4.1	Bruchzahlen als Zeichen	154
4.2	Einführung der Bruchzahlen im Unterricht	165
4.2.1	Bruchzahlen als Beschreibung von Sachverhalten	165
4.2.2	Aufgaben mit vorgegebener Bruchzahl	168
4.2.3	Aufgaben zur Berechnung der Bruchzahl	169
4.3	Semantisches Rechnen mit Bruchzahlen	174
4.3.1	Erweiterung des semantischen Bruchzahlverständnisses	174
4.3.2	Ablösung der Division mit Rest	178
4.3.3	Semantisches Addieren	181
4.3.4	Semantisches Multiplizieren	187
4.3.5	Semantisches Dividieren	190
	Das Dividieren als Aufteilen oder Messen	192
	Das Dividieren als Verteilen	194
4.4	Syntaktisches Rechnen mit Bruchzahlen	195
4.4.1	Wir vergleichen Bruchzahlen miteinander	197
4.4.2	Vermuten, Anwenden und Beweisen syntaktischer Rechenregeln	204
	Syntaktisches Addieren von Bruchzahlen	204
	Syntaktisches Vervielfachen von Bruchzahlen	208
	Syntaktisches Teilen bei Bruchzahlen	210
5	Dezimalzahlen in den Schuljahren 4 bis 6	215
5.1	Was sind Dezimalzahlen?	216
5.2	Einführung der Dezimalzahlen im Unterricht	223
5.2.1	Einführung über das Dividieren	226
5.2.2	Verwendung als Maßzahlen	238
5.2.3	Anwendung auf Größen ohne Messen	241
5.2.4	Abgrenzung von anderen Systemzahlen	244
5.3	Rechnen mit Dezimalzahlen	250
5.3.1	Addieren und Subtrahieren	250
5.3.2	Multiplizieren und Dividieren	253
	Nachwort	261