

Inhaltsverzeichnis

1 Erste Graphen	1
Das Haus von Nikolaus	1
Was ist ein Graph?	2
Auch das ist bei Graphen möglich!	3
Der Grad einer Ecke	4
Verschiedene Graphen – gleiche Graphen?	4
Zusätzliche Informationen	9
Aufgaben	10
Lösungshinweise	14
2 Über alle Brücken: Eulersche Graphen	19
Das Königsberger Brückenproblem	19
Kantenzüge	21
Eulersche Graphen	21
Welche Graphen sind eulersch?	23
Praxis: Eulersche Touren finden	26
Zwei Folgerungen	27
Besuch eines Museums	28
Domino	29
Vollständige Vielecke	30
Zusätzliche Informationen	31
Aufgaben	31
Lösungshinweise	35
3 Durch alle Städte: Hamiltonsche Graphen	39
Reisepläne	39
Hamiltonsche Graphen	39
Hamiltonsch und eulersch	40
Hamiltonsche Kreise finden	41
Hamiltonsche Graphen neu zeichnen	42
. . . dann ist der Graph nicht hamiltonsch	43
Kreise und Wege	46
Wie viele hamiltonsche Kreise gibt es?	47
Reguläre Graphen	48
Für Schachspieler	48
Hamiltons Spiel	51
Sitzordnungen	52
Eine billige Rundreise	52
Ein vielleicht unlösbares Problem	53

Gesucht: Bäcker mit Kenntnissen in Graphentheorie	54
Zusätzliche Informationen	55
Aufgaben	56
Lösungshinweise	62
4 Mehr über Grade von Ecken	71
Tennis-Turniere	71
Das handshaking lemma	72
Ecken mit ungeradem Grad	73
Jeder gegen jeden	74
Aufgaben	74
Lösungshinweise	75
5 Bäume	79
Was ist ein Baum?	79
Wege in Bäumen	81
Wie viele Kanten hat ein Baum?	82
„Äste absägen“	83
Aufspannende Bäume	84
Labyrinth, Irrgärten und Höhlen	86
Straßenbahnen, Fischteiche und Bindfäden	89
Eckengrade in Bäumen	90
Die billigsten Straßen	91
Der kürzeste Weg	92
Die kürzeste Tour des Briefträgers	96
Zusätzliche Informationen	98
Aufgaben	99
Lösungshinweise	103
6 Bipartite Graphen	109
Ein Frühstücksgraph	109
Bipartite Kreise	110
Können Bäume bipartit sein?	111
Bipartite Graphen erkennen	112
Bipartite Graphen für Schachspieler	114
Fachwerkhäuser	115
Heiratsvermittlung mit Graphen	118
Der Heiratssatz	120
Eine Folgerung aus dem Heiratssatz	120
Noch einmal: Der Frühstücksgraph	122
Schwierige Briefträgertouren	122
Zusätzliche Informationen	124
Aufgaben	124
Lösungshinweise	127

7 Graphen mit Richtungen: Digraphen	133
Was ist ein Digraph?	133
Alles hat eine Richtung	134
Wer hat gewonnen?	134
Isomorphie bei Digraphen	135
Lauter Einbahnstraßen	135
Nur noch Einbahnstraßen?	136
Eulersche Digraphen	139
Hamiltonsche Digraphen	139
Turniergraphen	139
Wer ist der beste Spieler?	140
Ranking kann fragwürdig sein	143
Jeder Spieler hat gewonnen!	143
Ein klarer Fall: Es gibt ein eindeutiges Ranking	144
Könige und Vizekönige	146
Hier ist jeder ein König!	147
Wolf, Ziege und Kohlkopf	149
Das Spiel Nim	150
Umfüllaufgaben	151
Graphen für Zahlen	152
Ein Spiel, das Sie gewinnen können	153
Zusätzliche Informationen	154
Aufgaben	155
Lösungshinweise	159
8 Körper und Flächen	165
Räumliche Graphen	165
Andere Wege vom Körper zum Graphen	168
Ebene und plättbare Graphen	168
Sind alle Graphen plättbar?	169
Elektrotechniker bevorzugen plättbare Graphen	174
Ebene Graphen haben Flächen	175
Die eulersche Formel	175
Zwei neue Beweise	177
Weitere Eigenschaften von Körpern aus der Sicht der Graphentheorie	178
Die platonischen Körper	179
Platonische Graphen	180
Es gibt nicht mehr als 5 platonische Graphen	181
Es gibt nur 5 platonische Körper	183
Platonische Körper auf Kugeln	184
Parkett-Fußboden	185
Zusätzliche Informationen	186
Aufgaben	188
Lösungshinweise	192

9 Farben	197
Farbige Landkarten	197
Aus Landkarten werden Graphen	198
Man kann auch Körper anmalen	200
Wir färben alle Graphen	201
Ampelschaltungen	203
Ein moderner Zoo	204
Das Problem mit den Museumswärtern	205
Die chromatische Zahl kann nicht größer sein als	207
Wie viele Farbmuster gibt es?	207
Chromatische Polynome für beliebige Graphen	211
Bekanntschaftsgraphen	215
Befreundet – bekannt – unbekannt	217
Kantenfärbung mit strengen Regeln	217
Der chromatische Index eines vollständigen Vielecks	218
Für den chromatischen Index kommen nur zwei Werte in Frage	220
Lateinische Quadrate und Sudoku-Rätsel	222
Zusätzliche Informationen	223
Aufgaben	225
Lösungshinweise	229
 Was ist was?	 237
 Literatur	 241
 Stichwortverzeichnis	 245