

Inhaltsverzeichnis

Vororientierung	x
- Was nicht vorkommen wird	x
- Einige Voraussetzungen in Kurzform	xi
- Was stattdessen vorkommen wird	xiv
0 Grundlegende Beweistechniken	1
0.1 Worum es in diesem Kapitel geht	1
0.2 Der direkte Beweis	2
0.3 Der indirekte Beweis	3
0.4 Der Beweis durch Kontraposition	5
0.5 Der Beweis durch vollständige Induktion	7
0.6 Zum Beweisen von Äquivalenzen	14
1 Die Teilbarkeitsrelation	16
1.1 Definition	16
1.2 Eigenschaften	17
1.3 Teilmengen	21
1.4 Hasse-Diagramme	23
2 Der Hauptsatz der elementaren Zahlentheorie	26
2.1 Vorüberlegungen	26
2.2 Der Hauptsatz	27
2.3 Folgerungen aus dem Hauptsatz	32

3	Primzahlen	41
3.1	Die Unendlichkeit der Menge \mathbb{P}	41
3.2	Verfahren zur Bestimmung von Primzahlen	44
3.3	Bemerkenswertes über Primzahlen	49
4	ggT und kgV	53
4.1	Zur Problemstellung	53
4.2	Definitionen	55
4.3	ggT, kgV und Primfaktorzerlegung	57
4.4	ggT, kgV und Hasse-Diagramme	64
4.5	Der euklidische Algorithmus	66
	Anschauliche Beschreibung des euklidischen Algorithmus	71
4.6	Die Menge der Vielfachen des ggT(a,b) und der Linearkombinationen von a und b	73
4.7	Lineare diophantische Gleichungen mit zwei Variablen Lösen von Anwendungssituationen zu linearen diophantischen Gleichungen	77 80
5	Kongruenzen und Restklassen	86
5.1	Vorüberlegungen	86
5.2	Definition der Kongruenz	88
5.3	Eigenschaften	90
5.4	Restklassen	95
5.5	Rechnen mit Restklassen	99
5.6	Anwendungen der Kongruenz- und Restklassenrechnung	108
	Teilbarkeitsüberlegungen	108
	Lösen linearer diophantischer Gleichungen	110
	Teilbarkeitsregeln	112
	Rechenproben	117

Inhaltsverzeichnis	ix
6 Stellenwertsysteme	121
6.1 Zahldarstellungen	121
Das ägyptische Zahlensystem	121
Das römische Zahlensystem	122
Das babylonische Zahlensystem	123
Das Dezimalsystem	126
6.2 b-adische Ziffernsysteme	129
6.3 Die Grundrechenarten in b-adischen Stellenwertsystemen	134
6.4 Teilbarkeitsregeln in b-adischen Stellenwertsystemen	137
7 Alternative Rechenverfahren	146
7.1 Zur Einführung	146
7.2 Schriftliche Addition und Subtraktion	147
7.3 Schriftliche Multiplikation	150
Die Gittermethode	151
Das Verdoppelungsverfahren	154
„Russisches Bauernmultiplizieren“	155
7.4 Schriftliche Division	156
Das Subtraktionsverfahren	157
Das Verdoppelungsverfahren	159
Literatur	160
Primzahltablelle	161
Stichwortverzeichnis	163