

Inhaltsverzeichnis

1	Grundwissen	1
1.1	Absolutwert	1
1.2	Potenzen und Wurzeln	1
1.3	Summation, Produkt und Fakultät	3
1.4	Mittelwert einer Zahlenreihe	8
1.5	Logarithmus	9
1.6	Absoluter und Relativer Fehler	11
1.7	Winkelmaße: Grad und Radiant	12
1.8	Zusätzliche Beispiele	13
1.9	Aufgaben	18
2	Elementare Funktionen	23
2.1	Polynomfunktionen	23
2.2	Potenz- und Wurzelfunktionen	26
2.3	Exponentialfunktion	27
2.4	Logarithmus-Funktionen	29
2.5	Trigonometrische Funktionen	35
2.6	Hyperbelfunktionen	39
2.7	Arkusfunktionen	40
2.8	Kegelschnitt-Funktionen	42
2.9	Explizite und implizite Funktionen	45
2.10	Funktionen in Parameterdarstellung	46
2.11	Weitere Funktionen	48
2.12	Symmetrie und Stetigkeit von Funktionen	49
2.13	Zusätzliche Beispiele	51
2.14	Aufgaben	52
3	Matrizen und lineare Gleichungssysteme	55
3.1	Einführung	55
3.2	Definitionen für Matrizen	57
3.3	Addition und Subtraktion von Matrizen	62
3.4	Transposition von Matrizen	63
3.5	Matrix-Multiplikation	65
3.6	Lineare Gleichungssysteme	72
3.7	Lineare Abhängigkeit	83
3.8	Determinanten	85
3.9	Invertierung von Matrizen	95
3.10	Zusätzliche Beispiele	100
3.11	Aufgaben	109

4	Vektorrechnung	119
4.1	Einführung	119
4.2	Lineare Operationen von Vektoren	121
4.3	Lineare Abhängigkeit von Vektoren	123
4.4	3D-Vektor in Matrixschreibweise	124
4.5	3D-Vektor in der Schreibweise mit Basisvektoren	127
4.6	Skalarprodukt	129
4.7	Kreuzprodukt	133
4.8	Anwendungen in der Mechanik	137
4.9	Anwendungen der Vektorrechnung in der analytischen Geometrie	140
4.10	Zusätzliche Beispiele	152
4.11	Aufgaben	171
5	Elementare analytische Geometrie	175
5.1	Koordinatensysteme	175
5.2	Koordinatentransformation in der xy -Ebene	180
5.3	Abstand zwischen zwei Punkten	185
5.4	Geraden in der xy -Ebene	186
5.5	Zusätzliche Beispiele	198
5.6	Aufgaben	203
6	Differentialrechnung	205
6.1	Definition der Ableitung	205
6.2	Ableitungsregeln	209
6.3	Höhere Ableitungen	216
6.4	Ableitung impliziter Funktionen	216
6.5	Ableitung logarithmischer Funktionen	217
6.6	Ableitung von Parameterfunktionen	218
6.7	Entwicklung von Funktionen in Potenzreihen	219
6.8	Linearisierung einer Funktion	222
6.9	Regel von l'Hospital	224
6.10	Krümmungsradius einer Kurve	225
6.11	Lokale Extremwerte einer Funktion	227
6.12	Newton-Verfahren für Nullstellenbestimmung	230
6.13	Zusätzliche Beispiele	235
6.14	Technische Anwendungen	245
6.15	Aufgaben	256
7	Differentialrechnung für multivariable Funktionen	263
7.1	Einleitung	263
7.2	Partielle Ableitung einer Funktion von zwei Variablen	266
7.3	Partielle Ableitung einer Funktion von n unabhängigen Variablen	271
7.4	Das totale Differential	274
7.5	Implizite Ableitung	281
7.6	Skalarfelder, Skalarfunktionen	285

7.7	Gradient	286
7.8	Richtungsableitung	291
7.9	Niveaulinien und Niveauflächen	294
7.10	Extremwerte von Funktionen mehrerer Variablen	300
7.11	Zusätzliche Beispiele	305
7.12	Technische Anwendungsbeispiele	324
7.13	Aufgaben	329
8	Integralrechnung	335
8.1	Unbestimmtes Integral	336
8.2	Bestimmtes Integral	342
8.3	Numerische Integration	347
8.4	Geometrische Anwendungen der Integralrechnung	356
8.5	Technische Anwendungen der Integralrechnung	369
8.6	Zusätzliche Beispiele	378
8.7	Aufgaben	398
9	Gewöhnliche Differentialgleichungen	403
9.1	Einführung	403
9.2	Definitionen für Differentialgleichungen	406
9.3	Lösung einer Differentialgleichung	409
9.4	Allgemeine, spezielle und partikuläre Lösung	411
9.5	Lösungsstrategie für ein physikalisches Problem	413
9.6	Differentialgleichungen 1. Ordnung	414
9.7	Zusätzliche Beispiele für lineare DGLn 1. Ordnung	433
9.8	Lineare Differentialgleichungen 2. Ordnung	453
9.9	Zusätzliche Beispiele für lineare DGLn 2. Ordnung	466
9.10	Anwendungsbeispiele aus der Strukturdynamik	470
9.11	Weitere technische Anwendungsbeispiele	482
9.12	Aufgaben	489
10	Stochastik	493
10.1	Deskriptive Statistik	494
10.2	Elementare Wahrscheinlichkeitstheorie	504
10.3	Zufallsvariable	513
10.4	Verteilungsfunktion $F(x)$	515
10.5	Dichtefunktion $f(x)$	516
10.6	Maßzahlen einer stetig verteilten Zufallsvariable	518
10.7	Normalverteilung	520
10.8	Weitere Verteilungen	525
10.9	Zusätzliche Beispiele	527
10.10	Aufgaben	531
11	Eigenwertaufgaben	533
11.1	Einführung	533

11.2	Spezielle und allgemeine Eigenwertaufgabe	534
11.3	Lösung der speziellen Eigenwertaufgabe	536
11.4	Lösung der allgemeinen Eigenwertaufgabe	540
11.5	Zusätzliche Beispiele	543
11.6	Aufgaben	545
11.7	Kenngrößen einer Matrix und Eigenwerte	547
11.8	Numerische Methoden für Eigenwertaufgaben	552
11.9	Mises-Iterationsverfahren (Power-Methode)	553
11.10	Inverse Iteration (Modifiziertes Mises-Iterationsverfahren)	560
11.11	Inverse Iteration bei Schwingungsproblemen	564
11.12	Inverse Iteration bei Stabilitätsaufgaben	571
11.13	Zusätzliche Beispiele	573
11.14	Aufgaben	576
12	Lösung von nichtlinearen Gleichungen	579
12.1	Regula Falsi	579
12.2	Fixpunkt-Iteration	583
12.3	Zusätzliche Beispiele	587
12.4	Aufgaben	590
13	Lösungsverfahren für lineare Gleichungssysteme	591
13.1	LU-Faktorisierung	591
13.2	Cholesky-Verfahren	597
13.3	Gauss-Seidel-Verfahren	599
13.4	Zusätzliche Beispiele	603
13.5	Aufgaben	604
14	Numerische Lösung von Differentialgleichungen	605
14.1	Differentialgleichungen 1. Ordnung	605
14.2	Zusätzliche Beispiele	609
14.3	Aufgaben	612
15	Fourier-Reihen	613
15.1	Einführung	613
15.2	Fourier-Reihen	615
15.3	Fourier-Reihen gerader und ungerader Funktionen	625
15.4	Fourier-Reihe einer bereichsweise definierten Funktion	628
15.5	Aufgaben	632
16	Partielle Differentialgleichungen	635
16.1	Einführung	635
16.2	Biegeschwingungen eines Balkens	635
16.3	Axialschwingungen eines Stabs	644
16.4	Schwingungen eines Seils oder einer Saite	649
16.5	Plattenbiegung	653
16.6	Aufgaben	654

17 Komplexe Zahlen	657
17.1 Einführung	657
17.2 Algebraische Operationen mit komplexen Zahlen:	661
17.3 Aufgaben	663
18 Mathematik mit Maple	665
18.1 Einführung in Maple	666
18.2 Elementar-Mathematik	673
18.3 Lineare Algebra	676
18.4 Vektorrechnung	679
18.5 Differentialrechnung	681
18.6 Differentialrechnung für multivariable Funktionen	685
18.7 Integralrechnung	688
18.8 Gewöhnliche Differentialgleichungen	690
18.9 Eigenwerte	692
18.10 Nichtlineare Gleichungen	699
18.11 Lineare Gleichungssysteme	700
18.12 Differentialgleichungen	702
18.13 Fourier-Reihen	704
18.14 Partielle Differentialgleichungen	705
19 Mathematik mit C++	707
19.1 Einführung	707
19.2 Der C++ Compiler	708
19.3 Ableitung einer Funktion	709
19.4 Newton-Verfahren	710
19.5 Lineare Algebra	710
19.6 Integralrechnung	712
19.7 Finite-Elemente-Methode - FEM	712
Anhang	717
A Ausgewählte Formeln und Beziehungen	719
A.1 Trigonometrische Funktionen	719
A.2 Arkusfunktionen	721
A.3 Hyperbelfunktionen	721
A.4 Ableitungen elementarer Funktionen	722
A.5 Unbestimmte Integrale	723
A.6 Einige bestimmte Integrale	731
A.7 Verschiedene Ausdrücke	732
A.8 Verteilungsfunktion der Normalverteilung	733
A.9 Verschiedene Konstanten und Symbole	738
Literaturverzeichnis	739

