

# ***Inhaltsverzeichnis***

<b><i>Einleitung</i></b>	<b>17</b>
Zu diesem Buch	17
Konventionen in diesem Buch	18
Wie Sie dieses Buch einsetzen	18
Törichte Annahmen über den Leser	18
Wie dieses Buch aufgebaut ist	19
Teil I: Voraussetzungen für die Analysis	19
Teil II: Grenzwerte und Stetigkeit	19
Teil III: Differentiation	19
Teil IV: Integration und unendliche Reihen	19
Teil V: Der Teil der Zehn	20
Symbole in diesem Buch	20
Wie es von hier aus weitergeht	21
<b><i>Teil 1</i></b>	
<b><i>Voraussetzungen für die Analysis – Ein Rückblick</i></b>	<b>23</b>
<b><i>Kapitel 1</i></b>	
<b><i>Noch einmal zu den Grundlagen: Algebra und Geometrie</i></b>	<b>25</b>
Der Frust mit den Brüchen	25
Algebraisches Allgemeinwissen: Was Ihnen bei jeder Miss-Wahl abverlangt wird...	28
Geometrie: Wer soll das je brauchen?	31
Lösungen für diesen einfachen Elementarkram	34
<b><i>Kapitel 2</i></b>	
<b><i>Irre Funktionen und knifflige Trigonometrie</i></b>	<b>39</b>
Kommen Sie Ihren Funktionen näher!	39
Trigonometrische Übungen	42
Lösungen für Funktionen und Trigonometrie	45

**Teil II**

**Grenzwerte und Stetigkeit 49**

**Kapitel 3**

**Ein Graph sagt mehr als tausend Worte:**

**Grenzwerte und Stetigkeit 51**

Definitionen verdauen: Grenzwert und Stetigkeit	52
Genauer betrachtet: Graphische Darstellung von Grenzwert und Stetigkeit	54
Lösungen für Grenzwerte und Stetigkeit	57

**Kapitel 4**

**Haarige Grenzwertprobleme 59**

Grenzwerte mit Hilfe von Algebra lösen	60
Holen Sie Ihren Taschenrechner heraus: Nützliches »Schummeln«	65
Machen Sie sich ein Grenzwert-Sandwich!	67
Hinaus in die Weite: Grenzwerte an der Unendlichkeit	69
Lösungen für Grenzwertaufgaben	73

**Teil III**

**Differentiation 83**

**Kapitel 5**

**Das große Ganze: Grundlagen der Differentiation 85**

Die Ableitung: Der Analysis-Ausdruck für Steigung und Änderungsrate	85
Der wunderbare Differenzquotient	88
Lösungen für die Grundlagen der Differentiation	91

**Kapitel 6**

**Regeln, Regeln, Regeln: Das Handbuch für die Differentiation 97**

Regeln für Anfänger	97
Die Produkt- und Quotientenregeln	100
Weiter mit der Kettenregel	104
Und was passiert mit den y? Implizite Differentiation	108
Wir arbeiten uns nach oben: Ableitungen höherer Ordnung	110
Lösungen für die Differentiationsaufgaben	112

**Kapitel 7**

**Scharfe Kurven mit Hilfe der Ableitung analysieren 123**

Der Test auf die erste Ableitung und lokale Extrema	123
Der Test auf die zweite Ableitung und lokale Extrema	128

Auf zum Mount Everest: Absolute Extrema	133
Grinsekatz oder Mundwinkel nach unten? Krümmung und Wendepunkte	137
Der Mittelwertsatz: Alles wird gut!	142
Lösungen für Ableitungen und Kurvenformen	145

## ***Kapitel 8***

### ***Mit Hilfe der Differentiation praktische Probleme lösen*** **163**

Optimierungsprobleme: Von Suppen und Nüssen	163
Problematische Beziehungen: Verkettete Änderungsraten	167
Ein Tag auf der Rennbahn: Position, Geschwindigkeit und Beschleunigung	171
Auf die Linie achten: Tangenten und Normallinien	174
Intelligente lineare Annäherung (Approximation)	178
Lösungen zur Problemlösung mit Differentiation	181

## ***Teil IV***

### ***Integration und unendliche Reihen*** **207**

## ***Kapitel 9***

### ***Und jetzt zur Integration*** **209**

Die Fläche von Rechtecken aufaddieren: Kinderleicht!	209
Sigma-Notation und Riemann-Summen: Streber an den Start!	212
Nah ist nicht genug: Das bestimmte Integral und die exakte Fläche	217
Fläche mit der Trapezregel und mit der Regel von Simpson bestimmen	219
Lösungen für die Einführung in die Integration	224

## ***Kapitel 10***

### ***Integration: Umgekehrte Differentiation*** **233**

Die furchtbar fade Flächenfunktion	233
Fanfaren! Der Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung	236
Anti-Ableitungen finden: Raten und Prüfen	240
Die Substitutionsmethode: Verwandlungen!	243
Lösungen für die Aufgaben zur umgekehrten Differentiation	247

## ***Kapitel 11***

### ***Integrationsregeln für Kenner*** **253**

Partielle Integration: So wird's gemacht!	253
Trigonometrische Integrale transformieren	256
Trigonometrische Substitution: Es ist Ihr Glückstag!	259
Partizipieren an partiellen Brüchen	262
Lösungen für Integrationsregeln	268

## **Kapitel 12**

### **Integrale lösen Ihre Probleme. Wer braucht schon Freud? 287**

Den Durchschnittswert einer Funktion bestimmen	287
Die Fläche zwischen Kurven bestimmen	288
Volumen unregelmäßiger Körper: Nein, das werden Sie sicher nie brauchen!	291
Bogenlänge und Drehoberflächen	297
Gute Heilerfolge mit den Regeln von L'Hôpital	300
Uneigentliche Integrale in die Schranken weisen	303
Lösungen zur Integration für die Problemlösung	306

## **Kapitel 13**

### **Unendliche Reihen: Willkommen an den äußeren Grenzen! 321**

Der raffinierte Test auf den $n$ -ten Term	321
Drei grundlegende Reihen testen	323
Äpfel und Birnen... und Bananen: Drei Vergleichstests	325
Und jetzt noch die beiden »R«-Tests	329
Er liebt mich, er liebt mich nicht: Alternierende Reihen	331
Lösungen für unendliche Reihen	333

## **Teil V**

### **Der Teil der Zehn 343**

## **Kapitel 14**

### **Zehn Dinge, die Sie über Grenzwerte, Stetigkeit und unendliche Reihen wissen sollten 345**

Die 33333-Mnemotechnik	345
Erste 3 über dem »l«: Die Definition eines Grenzwerts (Limes) besteht aus 3 Teilen	345
Fünfte 3 über dem »l«: Es gibt 3 Fälle, in denen es keinen Grenzwert (Limes) gibt	345
Zweite 3 über dem »i«: Die Definition der Stetigkeit besteht aus 3 Teilen	346
Vierte 3 über dem »i«: Es gibt 3 Fälle, in denen keine Stetigkeit vorliegt	346
Dritte 3 über dem »m«: Es gibt 3 Fälle, in denen es keine Ableitung gibt	346
Die 13231-Mnemotechnik	346
Erste 1: Der Test auf den $n$ -ten Term für Divergenz	347
Zweite 1: Der Test auf den $n$ -ten Term für die Konvergenz alternierender Reihen	347
Erste 3: Die drei Tests mit Namen	347
Zweite 3: Die drei Vergleichstests	347
Die 2 in der Mitte: Die beiden R-Tests	347

**Kapitel 15**

**Zehn Dinge, die Sie sich über die Differentiation merken sollten**

**349**

Der Differenzquotient	349
Die erste Ableitung ist eine Rate	349
Die erste Ableitung ist eine Steigung	349
Extrema, Vorzeichenwechsel und die erste Ableitung	349
Die zweite Ableitung und Konkavität	350
Wendepunkte und Vorzeichenwechsel in der zweiten Ableitung	350
Die Produktregel	350
Die Quotientenregel	350
Lineare Annäherung	351
PSST!, hier folgt eine praktische Methode, sich die Ableitungen von trigonometrischen Funktionen zu merken	351

**Kapitel 16**

**Zehn Dinge, die Sie sich über die Integration merken sollten, wenn Sie sich etwas Gutes tun wollen**

**353**

Die Trapezregel	353
Die Mittelpunktsregel	353
Simpson-Regel	353
Das unbestimmte Integral	354
Der Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung, 1. Version	354
Der Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung, 2. Version	354
Das bestimmte Integral	354
Die Höhe eines Rechtecks ist gleich oben minus unten	355
Fläche unter der x-Achse ist negativ	355
Stückweise integrieren	355