

# Inhaltsverzeichnis

<b>E. Einführung</b>	<b>11</b>
E.1. Ordnung und Selbstorganisation . . . . .	11
E.2. Selbsterregte Schwingungen einer gestrichenen Saite . . . . .	13
E.3. Dissipative Strukturen . . . . .	17
<b>1. Deterministische dynamische Systeme</b>	<b>23</b>
1.1. Phasenfluß . . . . .	23
1.2. Gewöhnliche Differentialgleichungen . . . . .	24
1.2.1. Lösung einer Differentialgleichung . . . . .	24
1.2.2. Existenz und Eindeutigkeit . . . . .	27
1.2.3. Fortsetzbarkeit . . . . .	29
1.3. Lineare Differentialgleichungen mit konstanten Koeffizienten . . . . .	30
1.3.1. Allgemeine Lösung von $\dot{x} = Ax$ . . . . .	30
1.3.2. Berechnung von $e^{tA}$ . . . . .	32
1.3.3. Topologische Typen linearer Flüsse . . . . .	37
1.4. Stabilität von Fixpunkten . . . . .	40
1.4.1. Methode der Linearisierung . . . . .	42
1.4.2. Methode der LJAPUNOW-Funktion . . . . .	47
1.5. Grenzmengen und Attraktoren . . . . .	51
1.6. Zeitdiskrete Systeme (iterierte Abbildungen) . . . . .	57
1.7. Strukturelle Stabilität . . . . .	64
1.8. JURY-Kriterium . . . . .	67
<b>2. Systeme mit einem Freiheitsgrad</b>	<b>69</b>
2.1. Allgemeine Eigenschaften . . . . .	69
2.2. Weitere Beispiele . . . . .	71
2.3. Dynamik einzelner Populationen . . . . .	76
2.3.1. Populationsdynamik in stetiger Zeit . . . . .	76
2.3.2. Populationsdynamik in diskreter Zeit . . . . .	77
<b>3. Systeme mit zwei Freiheitsgraden</b>	<b>81</b>
3.1. Multistabilität . . . . .	81
3.2. Grenzzyklen. Satz von POINCARÉ . . . . .	87
3.3. Wiederkehrabbildung . . . . .	90
3.4. VAN DER POLSche Differentialgleichung . . . . .	93
3.5. Mittelungsverfahren . . . . .	98
3.6. Weitere Beispiele . . . . .	101

3.7.	POINCARÉ-Index . . . . .	106
3.8.	Dynamik von zwei wechselwirkenden Populationen . . . . .	109
3.8.1.	Zeitstetige Modelle zur zwischenartlichen Konkurrenz . . . . .	109
3.8.2.	Zeitstetige Beute-Räuber-Modelle . . . . .	113
3.9.	Anregung und Oszillation von Neuronen . . . . .	119
<b>4.</b>	<b>Systeme mit mehr als zwei Freiheitsgraden</b> . . . . .	<b>123</b>
4.1.	Invariante Tori . . . . .	123
4.2.	Elimination schneller Variabler . . . . .	125
4.3.	Selektion und Evolution . . . . .	128
4.4.	Modelle mit drei Populationen . . . . .	132
4.4.1.	Zwei Räuber und eine Beute . . . . .	132
4.4.2.	Zwei Beutearten und ein Räuber . . . . .	133
4.4.3.	Eine einfache Nahrungskette . . . . .	134
4.5.	Grenzen der Ähnlichkeit . . . . .	138
<b>5.</b>	<b>Chaotische Attraktoren</b> . . . . .	<b>143</b>
5.1.	Chaos in zeitdiskreten Systemen . . . . .	143
5.1.1.	Stückweise lineare Abbildungen . . . . .	144
5.1.2.	Parabel-Abbildung . . . . .	148
5.1.3.	HÉNON-Abbildung . . . . .	159
5.2.	Chaos bei Differentialgleichungen . . . . .	160
5.2.1.	LORENZ-Attraktor . . . . .	161
5.2.2.	Ergänzungen . . . . .	167
5.3.	$\omega$ -Grenzmengen und invariante Verteilungen . . . . .	169
5.4.	Eigenschaften chaotischer Attraktoren . . . . .	174
5.4.1.	LJAPUNOW-Exponenten . . . . .	174
5.4.2.	Weitere Eigenschaften . . . . .	181
<b>6.</b>	<b>Bifurkationstheorie</b> . . . . .	<b>187</b>
6.1.	Zentrale Mannigfaltigkeit . . . . .	187
6.2.	Bifurkationen von Fixpunkten einparametrischer Differentialgleichungen . . . . .	190
6.3.	Bifurkationen von Fixpunkten einparametrischer Abbildungen . . . . .	200
<b>7.</b>	<b>Katastrophentheorie</b> . . . . .	<b>203</b>
7.1.	Einführung . . . . .	203
7.2.	Falten und Spitzen . . . . .	208
7.3.	Elementare Katastrophen . . . . .	210
<b>8.</b>	<b>Reaktions-Diffusions-Systeme</b> . . . . .	<b>215</b>
8.1.	Grundgleichung . . . . .	215
8.2.	Fixpunkte und deren Stabilität . . . . .	216
8.3.	Kubische Nichtlinearität und Diffusion . . . . .	219
8.4.	Brüsselator mit Diffusion . . . . .	225

<b>9. Stochastische dynamische Systeme</b>	<b>231</b>
9.1. Wahrscheinlichkeitstheoretische Grundbegriffe . . . . .	231
9.2. Stochastische Prozesse . . . . .	237
9.3. MARKOW-Prozesse . . . . .	239
<b>10. Stochastische Differentialgleichungen</b>	<b>249</b>
10.1. Additives weißes Rauschen . . . . .	249
10.1.1. Modell und Lösungsbegriff . . . . .	249
10.1.2. MARKOW-Eigenschaft. Invariante Verteilung . . . . .	251
10.1.3. Beispiele . . . . .	256
10.2. Multiplikatives weißes Rauschen . . . . .	261
10.2.1. Lösung einer stochastischen Differentialgleichung . . . . .	261
10.2.2. MARKOW-Eigenschaft. Randverhalten. Invariante Verteilung . . . . .	264
10.2.3. Rauschinduzierte Übergänge . . . . .	268
10.3. Farbigen Rauschen . . . . .	271
<b>11. Geburts- und Todesprozesse</b>	<b>275</b>
11.1. Modell und Grundgleichungen . . . . .	275
11.2. Invariante Verteilung . . . . .	279
11.3. Stochastische Populationsmodelle . . . . .	285
<b>12. Zeitdiskrete Systeme mit Rauschen</b>	<b>291</b>
<b>13. Stochastische partielle Differentialgleichungen</b>	<b>295</b>
13.1. Modell und Lösungsbegriff . . . . .	295
13.2. MARKOW-Charakter und invariante Verteilung . . . . .	298
13.3. Wahrscheinlichste Zustände und Tunnelverhalten . . . . .	302
<b>A. Anhang</b>	<b>307</b>
A.1. Mathematische Modellbildung . . . . .	307
A.2. Einzelwissenschaftliche Ergänzungen . . . . .	309
A.2.1. Mechanische Systeme . . . . .	309
A.2.2. Elektrische Systeme . . . . .	310
A.2.3. Chemische Systeme . . . . .	313
A.2.4. Biologische Systeme . . . . .	317
A.3. Thermodynamische Grundlagen . . . . .	321
A.3.1. Systeme im thermodynamischen Gleichgewicht . . . . .	321
A.3.2. Nichtgleichgewichtssysteme . . . . .	325
A.3.3. Thermodynamische Stabilitätstheorie . . . . .	331
A.4. Synergetik . . . . .	337
<b>Lösungen der Aufgaben</b>	<b>343</b>
<b>Weiterführende Literatur</b>	<b>367</b>
<b>Abbildungsnachweis</b>	<b>373</b>
<b>Sachverzeichnis</b>	<b>375</b>