

# Inhaltsverzeichnis

<b>I Allgemeine Grundlagen aus Algebra, Arithmetik und Geometrie</b> .....	1
<b>1 Grundlegende Begriffe über Mengen</b> .....	1
1.1 Definition und Darstellung einer Menge .....	1
1.2 Mengenoperationen .....	2
<b>2 Rechnen mit reellen Zahlen</b> .....	2
2.1 Reelle Zahlen und ihre Eigenschaften .....	2
2.1.1 Natürliche und ganze Zahlen .....	2
2.1.2 Rationale, irrationale und reelle Zahlen .....	4
2.1.3 Rundungsregeln für reelle Zahlen .....	5
2.1.4 Darstellung der reellen Zahlen auf der Zahlengerade .....	5
2.1.5 Grundrechenarten .....	6
2.2 Zahlensysteme .....	7
2.3 Intervalle .....	8
2.4 Bruchrechnung .....	8
2.5 Potenzen und Wurzeln .....	10
2.6 Logarithmen .....	12
2.7 Binomischer Lehrsatz .....	14
<b>3 Elementare (endliche) Reihen</b> .....	16
3.1 Definition einer (endlichen) Reihe .....	16
3.2 Arithmetische Reihen .....	16
3.3 Geometrische Reihen .....	16
3.4 Spezielle Zahlenreihen .....	16
<b>4 Gleichungen mit einer Unbekannten</b> .....	17
4.1 Algebraische Gleichungen $n$ -ten Grades .....	17
4.1.1 Allgemeine Vorbetrachtungen .....	17
4.1.2 Lineare Gleichungen .....	18
4.1.3 Quadratische Gleichungen .....	18
4.1.4 Kubische Gleichungen .....	18
4.1.5 Bi-quadratische Gleichungen .....	20
4.2 Allgemeine Lösungshinweise für Gleichungen .....	21
4.3 Graphisches Lösungsverfahren .....	22
4.4 Regula falsi .....	23
4.5 Tangentenverfahren von Newton .....	24
<b>5 Ungleichungen mit einer Unbekannten</b> .....	25

<b>6</b>	<b>Lehrsätze aus der elementaren Geometrie</b>	26
6.1	Satz des Pythagoras	26
6.2	Höhensatz	26
6.3	Kathetensatz (Euklid)	27
6.4	Satz des Thales	27
6.5	Strahlensätze	27
6.6	Sinussatz	28
6.7	Kosinussatz	28
<b>7</b>	<b>Ebene geometrische Körper (Planimetrie)</b>	28
7.1	Dreiecke	28
7.1.1	Allgemeine Beziehungen	28
7.1.2	Spezielle Dreiecke	29
7.1.2.1	Rechtwinkliges Dreieck	29
7.1.2.2	Gleichschenkliges Dreieck	29
7.1.2.3	Gleichseitiges Dreieck	30
7.2	Quadrat	30
7.3	Rechteck	30
7.4	Parallelogramm	31
7.5	Rhombus oder Raute	31
7.6	Trapez	31
7.7	Reguläres $n$ -Eck	32
7.8	Kreis	32
7.9	Kreis Sektor oder Kreisabschnitt	32
7.10	Kreissegment oder Kreisabschnitt	32
7.11	Kreisring	33
7.12	Ellipse	33
<b>8</b>	<b>Räumliche geometrische Körper (Stereometrie)</b>	33
8.1	Prisma	33
8.2	Würfel	34
8.3	Quader	34
8.4	Pyramide	34
8.5	Pyramidenstumpf	35
8.6	Tetraeder oder dreiseitige Pyramide	35
8.7	Keil	36
8.8	Gerader Kreiszyylinder	36
8.9	Gerader Kreiskegel	36
8.10	Gerader Kreiskegelstumpf	37
8.11	Kugel	37
8.12	Kugelausschnitt oder Kugelsektor	37
8.13	Kugelschicht oder Kugelzone	38
8.14	Kugelabschnitt, Kugelsegment, Kugelkappe oder Kalotte	38
8.15	Ellipsoid	38
8.16	Rotationsparaboloid	39
8.17	Tonne oder Fass	39
8.18	Torus	40
8.19	Guldinsche Regeln für Rotationskörper	40

<b>9</b>	<b>Koordinatensysteme</b> .....	41
9.1	Ebene Koordinatensysteme .....	41
9.1.1	Rechtwinklige oder kartesische Koordinaten .....	41
9.1.2	Polarkoordinaten .....	42
9.1.3	Koordinatentransformationen .....	42
9.1.3.1	Parallelverschiebung eines kartesischen Koordinatensystems .....	42
9.1.3.2	Zusammenhang zwischen den kartesischen und den Polarkoordinaten .....	42
9.1.3.3	Drehung eines kartesischen Koordinatensystems .....	43
9.2	Räumliche Koordinatensysteme .....	44
9.2.1	Rechtwinklige oder kartesische Koordinaten .....	44
9.2.2	Zylinderkoordinaten .....	44
9.2.3	Zusammenhang zwischen den kartesischen und den Zylinderkoordinaten .....	44
9.2.4	Kugelkoordinaten .....	45
9.2.5	Zusammenhang zwischen den kartesischen und den Kugelkoordinaten .....	45
<b>II</b>	<b>Vektorrechnung</b> .....	46
<b>1</b>	<b>Grundbegriffe</b> .....	46
1.1	Vektoren und Skalare .....	46
1.2	Spezielle Vektoren .....	46
1.3	Gleichheit von Vektoren .....	47
1.4	Kollineare, parallele und antiparallele Vektoren, inverser Vektor .....	47
<b>2</b>	<b>Komponentendarstellung eines Vektors</b> .....	48
2.1	Komponentendarstellung in einem kartesischen Koordinatensystem .....	48
2.2	Komponentendarstellung spezieller Vektoren .....	48
2.3	Betrag und Richtungswinkel eines Vektors .....	49
<b>3</b>	<b>Vektoroperationen</b> .....	50
3.1	Addition und Subtraktion von Vektoren .....	50
3.2	Multiplikation eines Vektors mit einem Skalar .....	51
3.3	Skalarprodukt (inneres Produkt) .....	51
3.4	Vektorprodukt (äußeres Produkt, Kreuzprodukt) .....	53
3.5	Spatprodukt (gemischtes Produkt) .....	55
3.6	Formeln für Mehrfachprodukte .....	56
<b>4</b>	<b>Anwendungen</b> .....	56
4.1	Arbeit einer konstanten Kraft .....	56
4.2	Vektorielle Darstellung einer Geraden .....	57
4.2.1	Punkt-Richtungs-Form .....	57
4.2.2	Zwei-Punkte-Form .....	57
4.2.3	Abstand eines Punktes von einer Geraden .....	58

4.2.4	Abstand zweier paralleler Geraden	58
4.2.5	Abstand zweier windschiefer Geraden	59
4.2.6	Schnittpunkt und Schnittwinkel zweier Geraden	60
4.3	Vektorielle Darstellung einer Ebene	60
4.3.1	Punkt-Richtungs-Form	60
4.3.2	Drei-Punkte-Form	61
4.3.3	Ebene senkrecht zu einem Vektor	62
4.3.4	Abstand eines Punktes von einer Ebene	62
4.3.5	Abstand einer Geraden von einer Ebene	63
4.3.6	Abstand zweier paralleler Ebenen	64
4.3.7	Schnittpunkt und Schnittwinkel einer Geraden mit einer Ebene	65
4.3.8	Schnittwinkel zweier Ebenen	66
4.3.9	Schnittgerade zweier Ebenen	66
<b>III Funktionen und Kurven</b>		<b>67</b>
<b>1</b>	<b>Grundbegriffe</b>	<b>67</b>
1.1	Definition einer Funktion	67
1.2	Darstellungsformen einer Funktion	67
1.2.1	Analytische Darstellung	67
1.2.2	Parameterdarstellung	67
1.2.3	Kurvengleichung in Polarkoordinaten	68
1.2.4	Graphische Darstellung	68
<b>2</b>	<b>Allgemeine Funktionseigenschaften</b>	<b>68</b>
2.1	Nullstellen	68
2.2	Symmetrie	69
2.3	Monotonie	69
2.4	Periodizität	70
2.5	Umkehrfunktion (inverse Funktion)	70
<b>3</b>	<b>Grenzwert und Stetigkeit einer Funktion</b>	<b>71</b>
3.1	Grenzwert einer Folge	71
3.2	Grenzwert einer Funktion	72
3.2.1	Grenzwert für $x \rightarrow x_0$	72
3.2.2	Grenzwert für $x \rightarrow \pm \infty$	72
3.3	Rechenregeln für Grenzwerte	72
3.4	Grenzwertregel von Bernoulli und de l'Hospital	73
3.5	Stetigkeit einer Funktion	74
<b>4</b>	<b>Ganzrationale Funktionen (Polynomfunktionen)</b>	<b>75</b>
4.1	Definition der ganzrationalen Funktionen (Polynomfunktionen)	75
4.2	Lineare Funktionen (Geraden)	75
4.2.1	Allgemeine Geradengleichung	75
4.2.2	Hauptform einer Geraden	75
4.2.3	Punkt-Steigungs-Form einer Geraden	75
4.2.4	Zwei-Punkte-Form einer Geraden	76

4.2.5	Achsenabschnittsform einer Geraden	76
4.2.6	Hessesche Normalform einer Geraden	76
4.2.7	Abstand eines Punktes von einer Geraden	76
4.2.8	Schnittwinkel zweier Geraden	77
4.3	Quadratische Funktionen (Parabeln)	77
4.3.1	Hauptform einer Parabel	77
4.3.2	Produktform einer Parabel	78
4.3.3	Scheitelpunktsform einer Parabel	78
4.4	Polynomfunktionen höheren Grades ( $n$ -ten Grades)	78
4.4.1	Abspaltung eines Linearfaktors	78
4.4.2	Nullstellen einer Polynomfunktion	78
4.4.3	Produktdarstellung einer Polynomfunktion	78
4.5	Horner-Schema	79
4.6	Reduzierung einer Polynomfunktion (Nullstellenberechnung)	80
4.7	Interpolationspolynome	81
4.7.1	Allgemeine Vorbetrachtungen	81
4.7.2	Interpolationsformel von Lagrange	81
4.7.3	Interpolationsformel von Newton	83
<b>5</b>	<b>Gebrochenrationale Funktionen</b>	<b>85</b>
5.1	Definition der gebrochenrationalen Funktionen	85
5.2	Nullstellen, Definitionslücken, Pole	86
5.3	Asymptotisches Verhalten im Unendlichen	87
<b>6</b>	<b>Potenz- und Wurzelfunktionen</b>	<b>87</b>
6.1	Potenzfunktionen mit ganzzahligen Exponenten	87
6.2	Wurzelfunktionen	89
6.3	Potenzfunktionen mit rationalen Exponenten	89
<b>7</b>	<b>Trigonometrische Funktionen</b>	<b>90</b>
7.1	Winkelmaße	90
7.2	Definition der trigonometrischen Funktionen	91
7.3	Sinus- und Kosinusfunktion	92
7.4	Tangens- und Kotangensfunktion	93
7.5	Wichtige Beziehungen zwischen den trigonometrischen Funktionen	93
7.6	Trigonometrische Formeln	94
7.6.1	Additionstheoreme	94
7.6.2	Formeln für halbe Winkel	95
7.6.3	Formeln für Winkelvielfache	95
7.6.4	Formeln für Potenzen	96
7.6.5	Formeln für Summen und Differenzen	96
7.6.6	Formeln für Produkte	97
7.7	Anwendungen in der Schwingungslehre	97
7.7.1	Allgemeine Sinus- und Kosinusfunktion	97
7.7.2	Harmonische Schwingungen (Sinusschwingungen)	98
7.7.2.1	Gleichung einer harmonischen Schwingung	98
7.7.2.2	Darstellung einer harmonischen Schwingung im Zeigerdiagramm	98

7.7.3	Superposition (Überlagerung) gleichfrequenter harmonischer Schwingungen .....	99
<b>8</b>	<b>Arkusfunktionen</b> .....	<b>100</b>
8.1	Arkussinus- und Arkuskosinusfunktion .....	100
8.2	Arkustangens- und Arkuskotangensfunktion .....	101
8.3	Wichtige Beziehungen zwischen den Arkusfunktionen .....	102
<b>9</b>	<b>Exponentialfunktionen</b> .....	<b>103</b>
9.1	Definition der Exponentialfunktionen .....	103
9.2	Spezielle Exponentialfunktionen aus den Anwendungen .....	104
9.2.1	Abklingfunktion .....	104
9.2.2	Sättigungsfunktion .....	104
9.2.3	Wachstumsfunktion .....	105
9.2.4	Gauß-Funktion (Gaußsche Glockenkurve) .....	105
9.2.5	Kettenlinie .....	105
<b>10</b>	<b>Logarithmusfunktionen</b> .....	<b>106</b>
10.1	Definition der Logarithmusfunktionen .....	106
10.2	Spezielle Logarithmusfunktionen .....	106
<b>11</b>	<b>Hyperbelfunktionen</b> .....	<b>107</b>
11.1	Definition der Hyperbelfunktionen .....	107
11.2	Wichtige Beziehungen zwischen den Hyperbelfunktionen .....	108
11.3	Formeln .....	109
11.3.1	Additionstheoreme .....	109
11.3.2	Formeln für halbe Argumente .....	109
11.3.3	Formeln für Vielfache des Arguments .....	110
11.3.4	Formeln für Potenzen .....	110
11.3.5	Formeln für Summen und Differenzen .....	111
11.3.6	Formeln für Produkte .....	111
11.3.7	Formel von Moivre .....	111
<b>12</b>	<b>Areafunktionen</b> .....	<b>112</b>
12.1	Definition der Areafunktionen .....	112
12.2	Wichtige Beziehungen zwischen den Areafunktionen .....	113
<b>13</b>	<b>Kegelschnitte</b> .....	<b>114</b>
13.1	Allgemeine Gleichung eines Kegelschnittes .....	114
13.2	Kreis .....	114
13.2.1	Geometrische Definition .....	114
13.2.2	Mittelpunktsgleichung eines Kreises (Ursprungsgleichung) .....	115
13.2.3	Kreis in allgemeiner Lage (Hauptform, verschobener Kreis) .....	115
13.2.4	Gleichung eines Kreises in Polarkoordinaten .....	115
13.2.5	Parameterdarstellung eines Kreises .....	115

13.3	Ellipse	116
13.3.1	Geometrische Definition	116
13.3.2	Mittelpunktsgleichung einer Ellipse (Ursprungsgleichung)	116
13.3.3	Ellipse in allgemeiner Lage (Hauptform, verschobene Ellipse)	116
13.3.4	Gleichung einer Ellipse in Polarkoordinaten	117
13.3.5	Parameterdarstellung einer Ellipse	117
13.4	Hyperbel	118
13.4.1	Geometrische Definition	118
13.4.2	Mittelpunktsgleichung einer Hyperbel (Ursprungsgleichung)	118
13.4.3	Hyperbel in allgemeiner Lage (Hauptform, verschobene Hyperbel)	118
13.4.4	Gleichung einer Hyperbel in Polarkoordinaten	119
13.4.5	Parameterdarstellung einer Hyperbel	120
13.4.6	Gleichung einer um 90° gedrehten Hyperbel	120
13.4.7	Gleichung einer gleichseitigen oder rechtwinkligen Hyperbel ( $a = b$ )	120
13.5	Parabel	121
13.5.1	Geometrische Definition	121
13.5.2	Scheitelgleichung einer Parabel	121
13.5.3	Parabel in allgemeiner Lage (Hauptform, verschobene Parabel)	121
13.5.4	Gleichung einer Parabel in Polarkoordinaten	122
13.5.5	Parameterdarstellung einer Parabel	122
<b>14</b>	<b>Spezielle Kurven</b>	<b>123</b>
14.1	Gewöhnliche Zykloide (Rollkurve)	123
14.2	Epizykloide	123
14.3	Hypozykloide	124
14.4	Astroide (Sternkurve)	125
14.5	Kardioide (Herzkurve)	125
14.6	Lemniskate (Schleifenkurve)	126
14.7	Strophoide	126
14.8	Cartesisches Blatt	127
14.9	„Kleeblatt“ mit $n$ bzw. $2n$ Blättern	127
14.10	Spiralen	128
14.10.1	Archimedische Spirale	128
14.10.2	Logarithmische Spirale	128
<b>IV</b>	<b>Differentialrechnung</b>	<b>129</b>
<b>1</b>	<b>Differenzierbarkeit einer Funktion</b>	<b>129</b>
1.1	Differenzenquotient	129
1.2	Differentialquotient oder 1. Ableitung	129
1.3	Ableitungsfunktion	129
1.4	Höhere Ableitungen	130
1.5	Differential einer Funktion	130
<b>2</b>	<b>Erste Ableitung der elementaren Funktionen (Tabelle)</b>	<b>131</b>

<b>3</b>	<b>Ableitungsregeln</b>	132
3.1	Faktorregel	132
3.2	Summenregel	132
3.3	Produktregel	132
3.4	Quotientenregel	133
3.5	Kettenregel	133
3.6	Logarithmische Differentiation	135
3.7	Ableitung der Umkehrfunktion	135
3.8	Implizite Differentiation	136
3.9	Ableitungen einer in der Parameterform dargestellten Funktion (Kurve)	136
3.10	Ableitungen einer in Polarkoordination dargestellten Kurve	137
<b>4</b>	<b>Anwendungen der Differentialrechnung</b>	137
4.1	Geschwindigkeit und Beschleunigung einer geradlinigen Bewegung	137
4.2	Tangente und Normale	138
4.3	Linearisierung einer Funktion	138
4.4	Monotonie und Krümmung einer Kurve	139
4.4.1	Geometrische Deutung der 1. und 2. Ableitung	139
4.4.2	Krümmung einer ebenen Kurve	140
4.5	Relative Extremwerte (relative Maxima, relative Minima)	141
4.6	Wendepunkte, Sattelpunkte	143
<b>V</b>	<b>Integralrechnung</b>	144
<b>1</b>	<b>Bestimmtes Integral</b>	144
1.1	Definition eines bestimmten Integrals	144
1.2	Berechnung eines bestimmten Integrals	145
1.3	Elementare Integrationsregeln für bestimmte Integrale	146
<b>2</b>	<b>Unbestimmtes Integral</b>	147
2.1	Definition eines unbestimmten Integrals	147
2.2	Allgemeine Eigenschaften der unbestimmten Integrale	147
2.3	Tabelle der Grund- oder Stammintegrale	149
<b>3</b>	<b>Integrationsmethoden</b>	150
3.1	Integration durch Substitution	150
3.1.1	Allgemeines Verfahren	150
3.1.2	Spezielle Integralsubstitutionen (Tabelle)	151
3.2	Partielle Integration (Produktionsintegration)	153
3.3	Integration einer gebrochenrationalen Funktion durch Partialbruchzerlegung des Integranden	154
3.3.1	Partialbruchzerlegung	154
3.3.2	Integration der Partialbrüche	157
3.4	Integration durch Potenzreihenentwicklung des Integranden	158
3.5	Numerische Integration	158
3.5.1	Trapezformel	158
3.5.2	Simpsonsche Formel	159
3.5.3	Romberg-Verfahren	161



<b>4 Uneigentliche Integrale</b> .....	164
4.1 Unendliches Integrationsintervall .....	164
4.2 Integrand mit einer Unendlichkeitsstelle (Pol) .....	164
<b>5 Anwendungen der Integralrechnung</b> .....	165
5.1 Integration der Bewegungsgleichung .....	165
5.2 Arbeit einer ortsabhängigen Kraft (Arbeitsintegral) .....	165
5.3 Lineare und quadratische Mittelwerte einer Funktion .....	166
5.3.1 Linearer Mittelwert .....	166
5.3.2 Quadratischer Mittelwert .....	166
5.3.3 Zeitliche Mittelwerte einer periodischen Funktion .....	166
5.4 Flächeninhalt .....	166
5.5 Schwerpunkt einer homogenen ebenen Fläche .....	168
5.6 Flächenträgheitsmomente (Flächenmomente 2. Grades) .....	169
5.7 Bogenlänge einer ebenen Kurve .....	169
5.8 Volumen eines Rotationskörpers (Rotationsvolumen) .....	170
5.9 Mantelfläche eines Rotationskörpers (Rotationsfläche) .....	171
5.10 Schwerpunkt eines homogenen Rotationskörpers .....	172
5.11 Massenträgheitsmoment eines homogenen Körpers .....	173
<b>VI Unendliche Reihen, Taylor- und Fourier-Reihen</b> .....	175
<b>1 Unendliche Reihen</b> .....	175
1.1 Grundbegriffe .....	175
1.1.1 Definition einer unendlichen Reihe .....	175
1.1.2 Konvergenz und Divergenz einer unendlichen Reihe .....	175
1.2 Konvergenzkriterien .....	176
1.2.1 Quotientenkriterium .....	176
1.2.2 Wurzelkriterium .....	177
1.2.3 Vergleichskriterien .....	177
1.2.4 Leibnizsches Konvergenzkriterium für alternierende Reihen .....	178
1.2.5 Eigenschaften konvergenter bzw. absolut konvergenter Reihen .....	178
1.3 Spezielle konvergente Reihen .....	178
<b>2 Potenzreihen</b> .....	179
2.1 Definition einer Potenzreihe .....	179
2.2 Konvergenzradius und Konvergenzbereich einer Potenzreihe .....	180
2.3 Wichtige Eigenschaften der Potenzreihen .....	180
<b>3 Taylor-Reihen</b> .....	181
3.1 Taylorsche und Mac Laurinsche Formel .....	181
3.1.1 Taylorsche Formel .....	181
3.1.2 Mac Laurinsche Formel .....	181
3.2 Taylorsche Reihe .....	182
3.3 Mac Laurinsche Reihe .....	182
3.4 Spezielle Potenzreihenentwicklungen (Tabelle) .....	183
3.5 Näherungspolynome einer Funktion (mit Tabelle) .....	185

<b>4</b>	<b>Fourier-Reihen</b>	187
4.1	Fourier-Reihe einer periodischen Funktion	187
4.2	Fourier-Zerlegung einer nichtsinusförmigen Schwingung	189
4.3	Spezielle Fourier-Reihen (Tabelle)	191
<b>VII</b>	<b>Lineare Algebra</b>	194
<b>1</b>	<b>Reelle Matrizen</b>	194
1.1	Grundbegriffe	194
1.1.1	$n$ -dimensionale Vektoren	194
1.1.2	Definition einer reellen Matrix	196
1.1.3	Spezielle Matrizen	197
1.1.4	Gleichheit von Matrizen	197
1.2	Spezielle quadratische Matrizen	197
1.2.1	Diagonalmatrix	198
1.2.2	Einheitsmatrix	198
1.2.3	Dreiecksmatrix	198
1.2.4	Symmetrische Matrix	198
1.2.5	Schiefsymmetrische Matrix	198
1.2.6	Orthogonale Matrix	199
1.3	Rechenoperationen für Matrizen	199
1.3.1	Addition und Subtraktion von Matrizen	199
1.3.2	Multiplikation einer Matrix mit einem Skalar	199
1.3.3	Multiplikation von Matrizen	200
1.4	Reguläre Matrix	201
1.5	Inverse Matrix	201
1.5.1	Definition einer inversen Matrix	201
1.5.2	Berechnung einer inversen Matrix	202
1.5.2.1	Berechnung der inversen Matrix $\mathbf{A}^{-1}$ unter Verwendung von Unterdeterminanten	202
1.5.2.2	Berechnung der inversen Matrix $\mathbf{A}^{-1}$ nach dem Gaußschen Algorithmus (Gauß-Jordan-Verfahren)	202
1.6	Rang einer Matrix	203
1.6.1	Definitionen	203
1.6.1.1	Unterdeterminanten einer Matrix	203
1.6.1.2	Rang einer Matrix	203
1.6.1.3	Elementare Umformungen einer Matrix	203
1.6.2	Rangbestimmung einer Matrix	204
1.6.2.1	Rangbestimmung einer $(m, n)$ -Matrix $\mathbf{A}$ unter Verwendung von Unterdeterminanten	204
1.6.2.2	Rangbestimmung einer $(m, n)$ -Matrix $\mathbf{A}$ mit Hilfe elementarer Umformungen	204
<b>2</b>	<b>Determinanten</b>	205
2.1	Zweireihige Determinanten	205
2.2	Dreireihige Determinanten	206
2.3	Determinanten höherer Ordnung	207
2.3.1	Unterdeterminante $D_{ik}$	207
2.3.2	Algebraisches Komplement (Adjunkte) $A_{ik}$	207
2.3.3	Definition einer $n$ -reihigen Determinante	207

2.4	Laplacescher Entwicklungssatz	208
2.5	Rechenregeln für $n$ -reihige Determinanten	208
2.6	Regeln zur praktischen Berechnung einer $n$ -reihigen Determinante	210
2.6.1	Elementare Umformungen einer $n$ -reihigen Determinante	210
2.6.2	Reduzierung und Berechnung einer $n$ -reihigen Determinante	210
<b>3</b>	<b>Lineare Gleichungssysteme</b>	<b>211</b>
3.1	Grundbegriffe	211
3.1.1	Definition eines linearen Gleichungssystems	211
3.1.2	Spezielle lineare Gleichungssysteme	211
3.2	Lösungsverhalten eines linearen $(m, n)$ -Gleichungssystems	212
3.2.1	Kriterium für die Lösbarkeit eines linearen $(m, n)$ -Systems $\mathbf{Ax} = \mathbf{c}$	212
3.2.2	Lösungsmenge eines linearen $(m, n)$ -Systems $\mathbf{Ax} = \mathbf{c}$	212
3.3	Lösungsverhalten eines quadratischen linearen Gleichungssystems	213
3.4	Lösungsverfahren für ein lineares Gleichungssystem nach Gauß (Gaußscher Algorithmus)	214
3.4.1	Äquivalente Umformungen eines linearen $(m, n)$ -Systems	214
3.4.2	Gaußscher Algorithmus	214
3.5	Cramersche Regel	217
3.6	Lineare Unabhängigkeit von Vektoren	217
<b>4</b>	<b>Komplexe Matrizen</b>	<b>218</b>
4.1	Definition einer komplexen Matrix	218
4.2	Rechenoperationen und Rechenregeln für komplexe Matrizen	219
4.3	Konjugiert komplexe Matrix	219
4.4	Konjugiert transponierte Matrix	220
4.5	Spezielle komplexe Matrizen	220
4.5.1	Hermiteische Matrix	220
4.5.2	Schiefhermitesche Matrix	220
4.5.3	Unitäre Matrix	221
<b>5</b>	<b>Eigenwertprobleme</b>	<b>221</b>
5.1	Eigenwerte und Eigenvektoren einer quadratischen Matrix	221
5.2	Eigenwerte und Eigenvektoren spezieller $n$ -reihiger Matrizen	223
<b>VIII</b>	<b>Komplexe Zahlen und Funktionen</b>	<b>224</b>
<b>1</b>	<b>Darstellungsformen einer komplexen Zahl</b>	<b>224</b>
1.1	Algebraische oder kartesische Form	224
1.2	Polarformen	225
1.2.1	Trigonometrische Form	225
1.2.2	Exponentialform	225
1.3	Umrechnungen zwischen den Darstellungsformen	226
1.3.1	Polarform $\rightarrow$ Kartesische Form	226
1.3.2	Kartesische Form $\rightarrow$ Polarform	226

<b>2 Grundrechenarten für komplexe Zahlen</b> .....	227
2.1 Addition und Subtraktion komplexer Zahlen .....	227
2.2 Multiplikation komplexer Zahlen .....	227
2.3 Division komplexer Zahlen .....	228
<b>3 Potenzieren</b> .....	229
<b>4 Radizieren (Wurzelziehen)</b> .....	230
<b>5 Natürlicher Logarithmus einer komplexen Zahl</b> .....	231
<b>6 Ortskurven</b> .....	232
6.1 Komplexwertige Funktion einer reellen Variablen .....	232
6.2 Ortskurve einer parameterabhängigen komplexen Zahl .....	232
6.3 Inversion einer Ortskurve .....	233
<b>7 Komplexe Funktionen</b> .....	234
7.1 Definition einer komplexen Funktion .....	234
7.2 Definitionsgleichungen einiger elementarer Funktionen .....	234
7.2.1 Trigonometrische Funktionen .....	234
7.2.2 Hyperbelfunktionen .....	234
7.2.3 Exponentialfunktion (e-Funktion) .....	235
7.3 Wichtige Beziehungen und Formeln .....	235
7.3.1 Eulersche Formeln .....	235
7.3.2 Zusammenhang zwischen den trigonometrischen Funktionen und der komplexen e-Funktion .....	235
7.3.3 Trigonometrische und Hyperbelfunktionen mit imaginärem Argument .....	235
7.3.4 Additionstheoreme der trigonometrischen und Hyperbelfunktionen für komplexes Argument .....	235
7.3.5 Arkus- und Areafunktionen mit imaginärem Argument .....	236
<b>8 Anwendungen in der Schwingungslehre</b> .....	236
8.1 Darstellung einer harmonischen Schwingung durch einen rotierenden komplexen Zeiger .....	236
8.2 Ungestörte Überlagerung gleichfrequenter harmonischer Schwingungen („Superpositionsprinzip“) .....	237
<b>IX Differential- und Integralrechnung für Funktionen von mehreren Variablen</b> .....	239
<b>1 Funktionen von mehreren Variablen und ihre Darstellung</b> .....	239
1.1 Definition einer Funktion von mehreren Variablen .....	239
1.2 Darstellungsformen einer Funktion von zwei Variablen .....	239
1.2.1 Analytische Darstellung .....	239
1.2.2 Graphische Darstellung .....	240
1.2.2.1 Darstellung einer Funktion als Fläche im Raum .....	240
1.2.2.2 Schnittpunktendiagramme .....	240
1.2.2.3 Höhenliniendiagramm .....	240

1.3	Spezielle Flächen (Funktionen) .....	241
1.3.1	Ebenen .....	241
1.3.2	Rotationsflächen .....	241
1.3.2.1	Gleichung einer Rotationsfläche .....	241
1.3.2.2	Spezielle Rotationsflächen .....	242
<b>2</b>	<b>Partielle Differentiation</b> .....	<b>243</b>
2.1	Partielle Ableitungen 1. Ordnung .....	243
2.1.1	Partielle Ableitungen 1. Ordnung von $z = f(x; y)$ .....	243
2.1.2	Partielle Ableitungen 1. Ordnung von $y = f(x_1; x_2; \dots; x_n)$ .....	244
2.2	Partielle Ableitungen höherer Ordnung .....	245
2.3	Verallgemeinerte Kettenregel (Differentiation nach einem Parameter) .....	246
2.4	Totales oder vollständiges Differential einer Funktion .....	247
2.5	Anwendungen .....	249
2.5.1	Linearisierung einer Funktion .....	249
2.5.2	Relative Extremwerte (relative Maxima, relative Minima) .....	250
2.5.3	Extremwertaufgaben mit Nebenbedingungen (Lagrangesches Multiplikatorverfahren) .....	251
<b>3</b>	<b>Mehrfachintegrale</b> .....	<b>253</b>
3.1	Doppelintegrale .....	253
3.1.1	Definition eines Doppelintegrals .....	253
3.1.2	Berechnung eines Doppelintegrals in kartesischen Koordinaten ..	254
3.1.3	Berechnung eines Doppelintegrals in Polarkoordinaten .....	256
3.1.4	Anwendungen .....	256
3.1.4.1	Flächeninhalt .....	256
3.1.4.2	Schwerpunkt einer homogenen ebenen Fläche .....	257
3.1.4.3	Flächenträgheitsmomente (Flächenmomente 2. Grades) .....	258
3.2	Dreifachintegrale .....	259
3.2.1	Definition eines Dreifachintegrals .....	259
3.2.2	Berechnung eines Dreifachintegrals in kartesischen Koordinaten .....	260
3.2.3	Berechnung eines Dreifachintegrals in Zylinderkoordinaten .....	262
3.2.4	Berechnung eines Dreifachintegrals in Kugelkoordinaten .....	262
3.2.5	Anwendungen .....	263
3.2.5.1	Volumen eines zylindrischen Körpers .....	263
3.2.5.2	Schwerpunkt eines homogenen Körpers .....	263
3.2.5.3	Massenträgheitsmoment eines homogenen Körpers .....	264
<b>X</b>	<b>Gewöhnliche Differentialgleichungen</b> .....	<b>266</b>
<b>1</b>	<b>Grundbegriffe</b> .....	<b>266</b>
1.1	Definition einer gewöhnlichen Differentialgleichung $n$ -ter Ordnung .....	266
1.2	Lösungen einer Differentialgleichung .....	266
1.3	Anfangswertprobleme .....	266
1.4	Randwertprobleme .....	267

<b>2</b>	<b>Differentialgleichungen 1. Ordnung</b>	267
2.1	Differentialgleichungen 1. Ordnung mit trennbaren Variablen	267
2.2	Spezielle Differentialgleichungen 1. Ordnung, die durch Substitutionen lösbar sind (Tabelle)	268
2.3	Exakte Differentialgleichungen 1. Ordnung	269
2.4	Lineare Differentialgleichungen 1. Ordnung	270
2.4.1	Definition einer linearen Differentialgleichung 1. Ordnung	270
2.4.2	Integration der homogenen linearen Differentialgleichung	270
2.4.3	Integration der inhomogenen linearen Differentialgleichung	270
2.4.3.1	Integration durch Variation der Konstanten	270
2.4.3.2	Integration durch Aufsuchen einer partikulären Lösung	271
2.4.4	Lineare Differentialgleichungen 1. Ordnung mit konstanten Koeffizienten	271
2.5	Numerische Integration einer Differentialgleichung 1. Ordnung	273
2.5.1	Streckenzugverfahren von Euler	273
2.5.2	Runge-Kutta-Verfahren 2. Ordnung	275
2.5.3	Runge-Kutta-Verfahren 4. Ordnung	276
<b>3</b>	<b>Differentialgleichungen 2. Ordnung</b>	279
3.1	Spezielle Differentialgleichungen 2. Ordnung, die sich auf Differentialgleichungen 1. Ordnung zurückführen lassen	279
3.2	Lineare Differentialgleichungen 2. Ordnung mit konstanten Koeffizienten	280
3.2.1	Definition einer linearen Differentialgleichung 2. Ordnung mit konstanten Koeffizienten	280
3.2.2	Integration der homogenen linearen Differentialgleichung	280
3.2.2.1	Wronski-Determinante	280
3.2.2.2	Allgemeine Lösung der homogenen Differentialgleichung	280
3.2.3	Integration der inhomogenen linearen Differentialgleichung	281
3.3	Numerische Integration einer Differentialgleichung 2. Ordnung	284
<b>4</b>	<b>Anwendungen</b>	287
4.1	Mechanische Schwingungen	287
4.1.1	Allgemeine Schwingungsgleichung der Mechanik	287
4.1.2	Freie ungedämpfte Schwingung	287
4.1.3	Freie gedämpfte Schwingung	288
4.1.3.1	Schwache Dämpfung (Schwingungsfall)	288
4.1.3.2	Aperiodischer Grenzfall	289
4.1.3.3	Aperiodisches Verhalten bei starker Dämpfung (Kriechfall)	289
4.1.4	Erzwungene Schwingung	290
4.1.4.1	Differentialgleichung der erzwungenen Schwingung	290
4.1.4.2	Stationäre Lösung	290
4.2	Elektrische Schwingungen in einem Reihenschwingkreis	291
<b>5</b>	<b>Lineare Differentialgleichungen <math>n</math>-ter Ordnung mit konstanten Koeffizienten</b>	292
5.1	Definition einer linearen Differentialgleichung $n$ -ter Ordnung mit konstanten Koeffizienten	292

5.2	Integration der homogenen linearen Differentialgleichung .....	292
5.2.1	Wronski-Determinante .....	292
5.2.2	Allgemeine Lösung der homogenen linearen Differentialgleichung .....	293
5.3	Integration der inhomogenen linearen Differentialgleichung .....	294
<b>6</b>	<b>Systeme linearer Differentialgleichungen 1. Ordnung mit konstanten Koeffizienten .....</b>	<b>295</b>
6.1	Grundbegriffe .....	295
6.2	Integration des homogenen linearen Systems .....	296
6.3	Integration des inhomogenen linearen Systems .....	297
6.3.1	Integration durch Aufsuchen einer partikulären Lösung .....	297
6.3.2	Einsetzungs- oder Eliminationsverfahren .....	297
<b>XI</b>	<b>Fehler- und Ausgleichsrechnung .....</b>	<b>299</b>
<b>1</b>	<b>Gaußsche Normalverteilung .....</b>	<b>299</b>
<b>2</b>	<b>Auswertung einer Messreihe .....</b>	<b>300</b>
<b>3</b>	<b>Gaußsches Fehlerfortpflanzungsgesetz .....</b>	<b>303</b>
3.1	Gaußsches Fehlerfortpflanzungsgesetz für eine Funktion von zwei unabhängigen Variablen .....	303
3.2	Gaußsches Fehlerfortpflanzungsgesetz für eine Funktion von $n$ unabhängigen Variablen .....	305
<b>4</b>	<b>Lineares Fehlerfortpflanzungsgesetz .....</b>	<b>305</b>
<b>5</b>	<b>Ausgleichskurven .....</b>	<b>307</b>
5.1	Ausgleichung nach dem Gaußschen Prinzip der kleinsten Quadrate .....	307
5.2	Ausgleichs- oder Regressionsgerade .....	308
5.3	Ausgleichs- oder Regressionsparabel .....	310
<b>XII</b>	<b>Fourier-Transformationen .....</b>	<b>311</b>
<b>1</b>	<b>Grundbegriffe .....</b>	<b>311</b>
<b>2</b>	<b>Spezielle Fourier-Transformationen .....</b>	<b>316</b>
<b>3</b>	<b>Wichtige „Hilfsfunktionen“ in den Anwendungen .....</b>	<b>318</b>
3.1	Sprungfunktionen .....	318
3.2	Rechteckige Impulse .....	320
3.3	Diracsche Deltafunktion .....	321
<b>4</b>	<b>Eigenschaften der Fourier-Transformation (Transformationsätze) .....</b>	<b>324</b>
4.1	Linearitätssatz (Satz über Linearkombinationen) .....	324
4.2	Ähnlichkeitssatz .....	324
4.3	Verschiebungssatz (Zeitverschiebungssatz) .....	325
4.4	Dämpfungssatz (Frequenzverschiebungssatz) .....	326

4.5	Ableitungssätze (Differentiationssätze) .....	327
4.5.1	Ableitungssatz (Differentiationssatz) für die Originalfunktion ....	327
4.5.2	Ableitungssatz (Differentiationssatz) für die Bildfunktion .....	328
4.6	Integrationssätze .....	329
4.7	Faltungssatz .....	329
4.8	Vertauschungssatz .....	330
<b>5</b>	<b>Anwendung: Lösung linearer Differentialgleichungen mit konstanten Koeffizienten</b> .....	<b>331</b>
5.1	Allgemeines Lösungsverfahren .....	331
5.2	Lineare Differentialgleichungen 1. Ordnung mit konstanten Koeffizienten ..	331
5.3	Lineare Differentialgleichungen 2. Ordnung mit konstanten Koeffizienten ..	332
<b>6</b>	<b>Tabellen spezieller Fourier-Transformationen</b> .....	<b>333</b>
<b>XIII</b>	<b>Laplace-Transformationen</b> .....	<b>339</b>
<b>1</b>	<b>Grundbegriffe</b> .....	<b>339</b>
<b>2</b>	<b>Eigenschaften der Laplace-Transformation (Transformationsätze)</b> .....	<b>340</b>
2.1	Linearitätssatz (Satz über Linearkombinationen) .....	340
2.2	Ähnlichkeitssatz .....	341
2.3	Verschiebungssätze .....	342
2.4	Dämpfungssatz .....	343
2.5	Ableitungssätze (Differentiationssätze) .....	343
2.5.1	Ableitungssatz (Differentiationssatz) für die Originalfunktion ....	343
2.5.2	Ableitungssatz (Differentiationssatz) für die Bildfunktion .....	345
2.6	Integrationssätze .....	345
2.6.1	Integrationssatz für die Originalfunktion .....	345
2.6.2	Integrationssatz für die Bildfunktion .....	346
2.7	Faltungssatz .....	347
2.8	Grenzwertsätze .....	348
<b>3</b>	<b>Laplace-Transformierte einer periodischen Funktion</b> .....	<b>349</b>
<b>4</b>	<b>Laplace-Transformierte spezieller Funktionen (Impulse)</b> .....	<b>350</b>
<b>5</b>	<b>Anwendung: Lösung linearer Anfangswertprobleme</b> .....	<b>355</b>
5.1	Allgemeines Lösungsverfahren .....	355
5.2	Lineare Differentialgleichungen 1. Ordnung mit konstanten Koeffizienten ..	356
5.3	Lineare Differentialgleichungen 2. Ordnung mit konstanten Koeffizienten ..	357
<b>6</b>	<b>Tabelle spezieller Laplace-Transformationen</b> .....	<b>358</b>



**XIV Vektoranalysis** ..... 363

**1 Ebene und räumliche Kurven** ..... 363

1.1 Vektorielle Darstellung einer Kurve ..... 363

1.2 Differentiation eines Vektors nach einem Parameter ..... 364

1.2.1 Ableitung einer Vektorfunktion ..... 364

1.2.2 Tangentenvektor ..... 364

1.2.3 Ableitungsregeln für Summen und Produkte ..... 364

1.2.4 Geschwindigkeits- und Beschleunigungsvektor eines Massenpunktes ..... 365

1.3 Bogenlänge einer Kurve ..... 366

1.4 Tangenten- und Hauptnormaleneinheitsvektor einer Kurve ..... 366

1.5 Krümmung einer Kurve ..... 367

**2 Flächen im Raum** ..... 369

2.1 Vektorielle Darstellung einer Fläche ..... 369

2.2 Flächenkurven ..... 370

2.3 Flächennormale und Flächenelement ..... 370

2.4 Tangentialebene ..... 371

2.4.1 Tangentialebene beim Flächentyp  $\vec{r} = \vec{r}(u; v)$  ..... 371

2.4.2 Tangentialebene beim Flächentyp  $z = f(x; y)$  ..... 372

2.4.3 Tangentialebene beim Flächentyp  $F(x; y; z) = 0$  ..... 372

**3 Skalar- und Vektorfelder** ..... 373

3.1 Skalarfelder ..... 373

3.2 Vektorfelder ..... 373

**4 Gradient eines Skalarfeldes** ..... 375

**5 Divergenz und Rotation eines Vektorfeldes** ..... 377

5.1 Divergenz eines Vektorfeldes ..... 377

5.2 Rotation eines Vektorfeldes ..... 378

5.3 Spezielle Vektorfelder ..... 379

**6 Darstellung von Gradient, Divergenz, Rotation und Laplace-Operator in speziellen Koordinatensystemen** ..... 380

6.1 Darstellung in Polarkoordinaten ..... 380

6.2 Darstellung in Zylinderkoordinaten ..... 382

6.3 Darstellung in Kugelkoordinaten ..... 385

**7 Linien- oder Kurvenintegrale** ..... 387

7.1 Linienintegral in der Ebene ..... 387

7.2 Linienintegral im Raum ..... 389

7.3 Wegunabhängigkeit eines Linien- oder Kurvenintegrals ..... 389

7.4 Konservative Vektorfelder ..... 390

7.5 Arbeitsintegral (Arbeit eines Kraftfeldes) ..... 391

<b>8 Oberflächenintegrale</b>	392
8.1 Definition eines Oberflächenintegrals	392
8.2 Berechnung eines Oberflächenintegrals	393
8.2.1 Berechnung eines Oberflächenintegrals in symmetriegerichten Koordinaten	393
8.2.2 Berechnung eines Oberflächenintegrals unter Verwendung von Flächenparametern	394
<b>9 Integralsätze von Gauß und Stokes</b>	395
9.1 Gaußscher Integralsatz	395
9.2 Stokes'scher Integralsatz	396
<b>XV Wahrscheinlichkeitsrechnung</b>	398
<b>1 Hilfsmittel aus der Kombinatorik</b>	398
1.1 Permutationen	398
1.2 Kombinationen	399
1.3 Variationen	399
<b>2 Grundbegriffe</b>	400
<b>3 Wahrscheinlichkeit</b>	402
3.1 Absolute und relative Häufigkeit	402
3.2 Wahrscheinlichkeitsaxiome von Kolmogoroff	403
3.3 Laplace-Experimente	403
3.4 Bedingte Wahrscheinlichkeit	404
3.5 Multiplikationssatz	404
3.6 Stochastisch unabhängige Ereignisse	405
3.7 Mehrstufige Zufallsexperimente	405
<b>4 Wahrscheinlichkeitsverteilung einer Zufallsvariablen</b>	407
4.1 Zufallsvariable	407
4.2 Verteilungsfunktion einer Zufallsvariablen	408
4.3 Kennwerte oder Maßzahlen einer Verteilung	410
<b>5 Spezielle diskrete Wahrscheinlichkeitsverteilungen</b>	412
5.1 Binomialverteilung	412
5.2 Hypergeometrische Verteilung	414
5.3 Poisson-Verteilung	416
5.4 Approximationen diskreter Wahrscheinlichkeitsverteilungen (Tabelle)	417
<b>6 Spezielle stetige Wahrscheinlichkeitsverteilungen</b>	418
6.1 Gaußsche Normalverteilung	418
6.1.1 Allgemeine Normalverteilung	418
6.1.2 Standardnormalverteilung	419

6.1.3	Berechnung von Wahrscheinlichkeiten mit Hilfe der tabellierten Verteilungsfunktion der Standardnormalverteilung .....	420
6.1.4	Quantile der Standardnormalverteilung .....	421
6.2	Exponentialverteilung .....	422
<b>7</b>	<b>Wahrscheinlichkeitsverteilungen von mehreren Zufallsvariablen .....</b>	<b>423</b>
7.1	Mehrdimensionale Zufallsvariable .....	423
7.2	Summen, Linearkombinationen und Produkte von Zufallsvariablen .....	425
7.2.1	Additionssätze für Mittelwerte und Varianzen .....	425
7.2.2	Multiplikationssatz für Mittelwerte .....	426
7.2.3	Wahrscheinlichkeitsverteilung einer Summe .....	426
<b>8</b>	<b>Prüf- oder Testverteilungen .....</b>	<b>427</b>
8.1	Chi-Quadrat-Verteilung („ $\chi^2$ -Verteilung“) .....	427
8.2	$t$ -Verteilung von Student .....	429
<b>XVI</b>	<b>Grundlagen der mathematischen Statistik .....</b>	<b>431</b>
<b>1</b>	<b>Grundbegriffe .....</b>	<b>431</b>
1.1	Zufallsstichproben aus einer Grundgesamtheit .....	431
1.2	Häufigkeitsverteilung einer Stichprobe .....	432
1.3	Gruppierung der Stichprobenwerte bei umfangreichen Stichproben .....	434
<b>2</b>	<b>Kennwerte oder Maßzahlen einer Stichprobe .....</b>	<b>437</b>
2.1	Mittelwert, Varianz und Standardabweichung einer Stichprobe .....	437
2.2	Berechnung der Kennwerte unter Verwendung der Häufigkeitsfunktion ...	439
2.3	Berechnung der Kennwerte einer gruppierten Stichprobe .....	440
<b>3</b>	<b>Statistische Schätzmethoden für unbekannte Parameter („Parameterschätzungen“)</b> .....	<b>441</b>
3.1	Aufgaben der Parameterschätzung .....	441
3.2	Schätzfunktionen und Schätzwerte für unbekannte Parameter („Punktschätzungen“) .....	441
3.2.1	Schätz- und Stichprobenfunktionen .....	441
3.2.2	Schätzungen für den Mittelwert $\mu$ und die Varianz $\sigma^2$ .....	442
3.2.3	Schätzungen für einen Anteilswert $p$ (Parameter $p$ einer Binomialverteilung) .....	443
3.2.4	Schätzwerte für die Parameter spezieller Wahrscheinlichkeitsverteilungen .....	443
3.3	Vertrauens- oder Konfidenzintervalle für unbekannte Parameter („Intervallschätzungen“) .....	444
3.3.1	Vertrauens- oder Konfidenzintervalle .....	444
3.3.2	Vertrauensintervalle für den unbekanntem Mittelwert $\mu$ einer Normalverteilung bei bekannter Varianz $\sigma^2$ .....	445
3.3.3	Vertrauensintervalle für den unbekanntem Mittelwert $\mu$ einer Normalverteilung bei unbekannter Varianz $\sigma^2$ .....	446

3.3.4	Vertrauensintervalle für den unbekanntem Mittelwert $\mu$ bei einer beliebigen Verteilung .....	447
3.3.5	Vertrauensintervalle für die unbekanntem Varianz $\sigma^2$ einer Normalverteilung .....	448
3.3.6	Vertrauensintervalle für einen unbekanntem Anteilswert $p$ (Parameter $p$ einer Binomialverteilung) .....	449
3.3.7	Musterbeispiel für die Bestimmung eines Vertrauensintervalls ....	450
<b>4</b>	<b>Statistische Prüfverfahren für unbekanntem Parameter („Parametertests“)</b> .....	<b>451</b>
4.1	Statistische Hypothesen und Parametertests .....	451
4.2	Spezielle Parametertests .....	452
4.2.1	Test für den unbekanntem Mittelwert $\mu$ einer Normalverteilung bei bekanntem Varianz $\sigma^2$ .....	452
4.2.2	Test für den unbekanntem Mittelwert $\mu$ einer Normalverteilung bei unbekanntem Varianz $\sigma^2$ .....	454
4.2.3	Tests für die Gleichheit der unbekanntem Mittelwerte $\mu_1$ und $\mu_2$ zweier Normalverteilungen („Differenzentests“) .....	455
4.2.3.1	Differenzentests für Mittelwerte bei abhängigen Stichproben .....	456
4.2.3.2	Differenzentests für Mittelwerte bei unabhängigen Stichproben .....	457
4.2.4	Tests für die unbekanntem Varianz $\sigma^2$ einer Normalverteilung ...	461
4.2.5	Tests für den unbekanntem Anteilswert $p$ (Parameter $p$ einer Binomialverteilung) .....	463
4.2.6	Musterbeispiel für einen Parametertest .....	465
<b>5</b>	<b>Chi-Quadrat-Test</b> .....	<b>466</b>

## Anhang Teil A

<b>Integraltafel</b> .....	470
1 Integrale mit $ax + b$ .....	471
2 Integrale mit $ax + b$ und $px + q$ .....	472
3 Integrale mit $a^2 + x^2$ .....	473
4 Integrale mit $a^2 - x^2$ .....	474
5 Integrale mit $ax^2 + bx + c$ .....	476
6 Integrale mit $a^3 \pm x^3$ .....	478
7 Integrale mit $a^4 + x^4$ .....	478
8 Integrale mit $a^4 - x^4$ .....	478
9 Integrale mit $\sqrt{ax + b}$ .....	479
10 Integrale mit $\sqrt{ax + b}$ und $px + q$ .....	480
11 Integrale mit $\sqrt{ax + b}$ und $\sqrt{px + q}$ .....	481
12 Integrale mit $\sqrt{a^2 + x^2}$ .....	482
13 Integrale mit $\sqrt{a^2 - x^2}$ .....	484
14 Integrale mit $\sqrt{x^2 - a^2}$ .....	486
15 Integrale mit $\sqrt{ax^2 + bx + c}$ .....	488
16 Integrale mit $\sin(ax)$ .....	490
17 Integrale mit $\cos(ax)$ .....	492
18 Integrale mit $\sin(ax)$ und $\cos(ax)$ .....	494
19 Integrale mit $\tan(ax)$ .....	497
20 Integrale mit $\cot(ax)$ .....	497
21 Integrale mit einer Arkusfunktion .....	498
22 Integrale mit $e^{ax}$ .....	499
23 Integrale mit $\ln x$ .....	500
24 Integrale mit $\sinh(ax)$ .....	502
25 Integrale mit $\cosh(ax)$ .....	503
26 Integrale mit $\sinh(ax)$ und $\cosh(ax)$ .....	504
27 Integrale mit $\tanh(ax)$ .....	505
28 Integrale mit $\coth(ax)$ .....	505
29 Integrale mit einer Areafunktion .....	506

**Anhang Teil B**

<b>Tabellen zur Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik</b> .....	507
<b>Tabelle 1:</b> Verteilungsfunktion $\phi(u)$ der Standardnormalverteilung .....	508
<b>Tabelle 2:</b> Quantile der Standardnormalverteilung .....	510
<b>Tabelle 3:</b> Quantile der Chi-Quadrat-Verteilung .....	512
<b>Tabelle 4:</b> Quantile der $t$ -Verteilung von „Student“ .....	514
<b>Sachwortverzeichnis</b> .....	516