

Inhaltsverzeichnis

GELEITWORT von <i>Dr. Eric Müller</i>	VII
VORWORT	IX
DANKSAGUNG	XI
1 KOMPLEXE KODIERUNG	1
Komplexe Zahlen – Kurze Einführung	1
Kodierungsproblem komplexer Zahlen	2
Problemanalyse und Entwurf der Lösung	3
Algorithmus Komplexe_Kodierung	6
Programm Komplexe_Kodierung	6
Programmanalyse	9
Aufgaben	13
Anmerkungen	14
2 VERSCHACHELTE SCHACHTELN	15
Problembeschreibung	15
Problemanalyse und Entwurf der Lösung	16
Der Algorithmus	17
Das Programm	19
Die Programmanalyse	22
Drei kleine Programmierungstricks	23
Aufgaben, Problemstellungen	24
Anmerkungen	24
3 ZEICHENKETTEN	25
Grundlagen	25
1. Zeichen	25
2. C-Strings	26
3. C++ Strings	27
Aufgaben	32
Problem 1. Sich Wiederholende Zeichenketten	33
Problem 2. Das Perlencollier	35
Problem 3. Parkinson	37
Problem 4. Rapunzel im Internet	40
Problem 5. Bridge-Blatt	44
Problem 6. Wo sind die Königinnen?	49
Problem 7. Vogelsprache	55

4 MENGEN UND RELATIONEN	59
Grundlagen	59
1. <i>Element und Menge</i>	59
2. <i>Leere Menge, Teilmenge, Gleichheit</i>	60
3. <i>Schreibweisen</i>	60
4. <i>Mengenoperationen</i>	61
5. <i>Multimengen</i>	63
6. <i>Relationen</i>	63
7. <i>Ordnungen</i>	64
8. <i>Funktionen</i>	64
<i>Aufgaben</i>	65
Problem 1. Cantor-Diagonalisierung	67
Problem 2. Menge und Multimenge	72
Problem 3. Relation und ihre Eigenschaften	74
5 ARITHMETIK UND ALGEBRA	79
Grundlagen	79
1. <i>Teilbarkeit</i>	79
2. <i>Primzahlen</i>	79
3. <i>Fundamentalsatz der Arithmetik</i>	81
4. <i>Division mit Rest, ggT und kgV</i>	81
5. <i>Kongruenzen. Elementare Eigenschaften</i>	82
6. <i>Chinesischer Restsatz</i>	83
7. <i>Fermatsche Sätze</i>	84
8. <i>Die Pell'sche Gleichung</i>	86
9. <i>Satz von Vieta</i>	87
<i>Aufgaben</i>	89
Problem 1. Primzahltest	91
Problem 2. Sieb des Eratosthenes	93
Problem 3. Druck einer Broschüre	97
Problem 4. Primzahlen und Teiler	99
Problem 5. Der alte Gärtner	102
Problem 6. Kätzchen in Hüten	106
Problem 7. Hausnummer	112
Problem 8. Korrekte Nachrichten	114
Problem 9. Anzahl der Teiler	117
Problem 10. Datumsverpackung	119
Problem 11. Die schöne Marie und der schöne Hans	121
Problem 12. Kubische Gleichung	123
Problem 13. Quadrat einer speziellen Zahl	125
Problem 14. Umwandlung einer römischen Zahl in eine Dezimalzahl	126
Problem 15. Umwandlung einer Dezimalzahl in eine römische Zahl	129
Problem 16. Hässliche Zahlen	130
Problem 17. Vögel auf den Bäumen	132
Problem 18. Wieviele sind es mindestens? (chinesischer Restsatz)	134

6 EBENE GEOMETRIE, TRIGONOMETRIE	137
Grundlagen	137
1. <i>Dreiecksgeometrie.</i>	137
2. <i>Berechnung eines beliebigen Dreiecks.</i>	138
3. <i>Wichtige trigonometrische Formeln</i>	139
<i>Aufgaben</i>	140
Problem 1. Berechnung des Dreiecks (SSW)	140
Problem 2. Der Kreisumfang	144
Problem 3. Kreise im gleichschenkligen Dreieck	148
7 KOMBINATORIK	151
Grundlagen	151
1. <i>Prinzip von Inklusion und Exklusion.</i>	151
2. <i>Das Schubfachprinzip</i>	153
3. <i>Permutationen</i>	
<i>(Anordnungen mit Berücksichtigung der Reihenfolge)</i>	156
4. <i>Variationen (Auswahlen mit Beachtung der Reihenfolge)</i>	158
5. <i>Kombinationen (Auswahlen ohne Beachtung der Reihenfolge)</i>	159
6. <i>Binomialkoeffizienten und ihre Anwendungen</i>	160
<i>Aufgaben</i>	162
Problem 1. Alle Teilmengen einer Menge in lexikographischer Reihenfolge	164
Problem 2. Der Gray-Code (minimale Änderungsreihenfolge)	168
Problem 3. Permutationen in lexikographischer Reihenfolge	171
Problem 4. <i>Ranking</i> einer Permutation in lexikographischer Reihenfolge	173
Problem 5. <i>Unranking</i> einer Permutation in lexikographischer Reihenfolge	176
Problem 6. Binomialkoeffizienten	178
Problem 7. Das kleinste Vielfache	184
8 KOMBINATORIK: CATALAN-ZAHLEN	187
Einführung	187
Sechs Probleme aus der Catalan-Familie	188
Theorem. P1-P6 und die Catalan-Zahlen	191
Die rekursive Formel	194
Die erzeugende Funktion	195
Noch 4 äquivalente Probleme	197
Algorithmen zur Berechnung der Catalan-Zahlen	198
Zweiter Algorithmus, eine weitere Rekursion	199
Dritter Algorithmus, der ohne Rekursion auskommt	200
Aufgaben	203

9 POTENZSUMMEN	205
Problembeschreibung	205
Problemanalyse. Algebraische Modellierung	205
Von der Rekursionsgleichung zum Algorithmus	207
Der Algorithmus	210
Programm	212
Aufgaben	215
10 ALGORITHMISCHE GEOMETRIE	217
Grundlagen	217
1. <i>Darstellung der Punkte, Quadranten</i>	217
2. <i>Abstand zwischen zwei Punkten</i>	218
3. <i>Gerade in der Ebene</i>	219
4. <i>Abstand eines Punktes zu einer Geraden, Fläche eines Dreiecks</i>	221
5. <i>Die Ellipse</i>	222
6. <i>Das Außenprodukt</i>	223
7. <i>Die Fläche eines Polygons, Punkt im Inneren eines Polygons</i>	223
8. <i>Nächstes Paar</i>	226
9. <i>Die konvexe Hülle</i>	228
Aufgaben	230
Problem 1. Nächstes Paar	231
Problem 2. Quadrätchen im Kreis	234
Problem 3. Wie sicher sind die Bürger?	238
11 GRAPHEN	249
Grundlagen	249
1. <i>Einführende Begriffe</i>	249
2. <i>Weg, Pfad, Zyklus und Kreis</i>	250
3. <i>Vollständige und bipartite Graphen</i>	251
4. <i>Darstellung der Graphen</i>	252
5. <i>Traversieren von Graphen (BFS und DFS)</i>	254
6. <i>Zusammenhang</i>	256
7. <i>Hamiltonsche und eulersche Graphen</i>	257
8. <i>Bäume und Wälder</i>	258
9. <i>Minimaler Spannbaum</i>	259
Aufgaben	261
Problem 1. Breiten- und Tiefensuche (BFS und DFS)	262
Problem 2. Die kürzesten Pfade	268
Problem 3. Das Alphabet der fremden Sprache	270
Problem 4. Markus besucht seine Freunde	276
Problem 5. Das Haus des Nikolaus	281
Problem 6. Minimaler Spannbaum (Kruskal-Algorithmus)	283

Inhaltsverzeichnis	XVII
12 GREEDY	287
Grundlagen	287
Problem 1. Rucksackproblem	288
Problem 2. Kartenfärbung	293
Problem 3. Springer auf dem Schachbrett	295
Problem 4. Huffman-Kodierung	298
13 REKURSION	305
Vollständige Induktion	305
Rekursion: Grundlagen	311
Problem 1. Quersumme und Spiegelung einer natürlichen Zahl	312
Problem 2. Die Zahl 4	314
Problem 3. Rest großer Potenzen	316
Problem 4. Die Torte (lineare Rekursion)	318
Problem 5. Die Ackermannfunktion (verschachtelte Rekursion, "compound recursion")	320
Problem 6. Rekursive Zahlenumwandlung (Dezimalsystem in System mit Basis P)	322
Problem 7. Summe zweier Wurzeln (verzweigte Rekursion)	324
Problem 8. Collatz-Funktion (nicht-monotone Rekursion)	325
Problem 9. Quadrate und Quadrätchen	327
Problem 10. Quadrate (direkte Rekursion)	330
Problem 11. Quadrate und Kreise (indirekte Rekursion)	339
Problem 12. Die Koch'sche Schneeflockenkurve	343
14 TEILE UND HERRSCHE	351
Grundlagen	351
Problem 1. Größter gemeinsamer Teiler mehrerer Zahlen	352
Problem 2. Die Türme von Hanoi	354
Problem 3. Integral mit Trapezregel	356
Problem 4. Quicksort	357
Problem 5. Mergesort (Sortieren durch Verschmelzen)	360
Problem 6. Quad-Bäume	361
Problem 7. Diskrete Fourier-Transformation (DFT)	366
15 BACKTRACKING	371
Problem 1. Das Problem der n Damen	371
Allgemeine Bemerkungen zum Backtracking-Verfahren	377
Problem 2. Das Problem der n Türme	380
Problem 3. Das Problem der Türme auf den ersten m Reihen	381

Problem 4. Das Problem der aufsteigenden Türme auf den ersten m Reihen	382
Problem 5. Die Freundschafts-Jugendherberge	383
Problem 6. Partitionen einer natürlichen Zahl	384
Problem 7. Erdkunde-Referate	387
Problem 8. Alle Wege des Springers	389
Problem 9. Das Fotoproblem	392
Problem 10. Der ausbrechende Ball	393
Problem 11. Olivensport	396
Problem 12. Testmusterkompaktierung	402
Problem 13. Sudoku	411
Noch 10 Probleme	417
16 DYNAMISCHE PROGRAMMIERUNG	425
Grundlagen, Eigenschaften des Verfahrens	425
1. <i>Ursprung des Konzeptes</i>	425
2. <i>Optimalitätsprinzip</i>	425
3. <i>Überlappung des Problems, Speicherung der optimalen Teilproblemlösungen (Memoization)</i>	426
4. <i>Einführendes Beispiel – die Fibonacci-Folge</i>	426
5. <i>Bottom-up versus top-down</i>	428
6. <i>Vergleich mit anderen Verfahren</i>	428
<i>Aufgaben</i>	429
Problem 1. Das Zählen der Kaninchen	430
Problem 2. Längste aufsteigende Teilfolge	433
Problem 3. Zahlen-Dreieck	437
Problem 4. Domino	440
Problem 5. Verteilung der Geschenke	444
Problem 6. Ähnliche Summe	447
Problem 7. Schotten auf dem Oktoberfest	452
Problem 8. Springer auf dem Schachbrett	459
Problem 9. Summen von Produkten	464
Problem 10. Minimale Triangulierung eines konvexen Vielecks	467
Problem 11. Multiplikation einer Matrizenfolge	473
Problem 12. Edit-Distanz	478
Problem 13. Arbitrage	484
Problem 14. Längste gemeinsame Teilfolge (LCS)	488
LITERATURVERZEICHNIS	493
STICHWORTVERZEICHNIS	497