

Inhaltsverzeichnis

1 Zahlenrechnen (Arithmetik und Numerik)	1
1.1 Mengen	1
Darstellung von Mengen	1
Mengenoperationen	2
Gesetze der Mengenalgebra	4
Abbildung und Funktion	4
1.2 Zahlensysteme	4
Dekadisches Zahlensystem	5
Weitere Zahlensysteme	6
Darstellung in Rechnern	6
Horner Schema zur Zahlendarstellung	7
1.3 Natürliche Zahlen	7
Vollständige Induktion	8
Vektoren und Felder, Indizierung	8
Rechnen mit natürlichen Zahlen	8
1.4 Ganze Zahlen	11
1.5 Rationale Zahlen (gebrochene Zahlen)	11
Dezimalbrüche	11
Brüche	12
Rechnen mit Brüchen	13
1.6 Rechnen mit Quotienten	13
Proportion	13
Dreisatz	14
Prozent- und Zinsrechnung	14
1.7 Irrationale Zahlen	16
1.8 Reelle Zahlen	16
1.9 Komplexe Zahlen	16
Körper der komplexen Zahlen	17
1.10 Rechnen mit reellen Zahlen	17
Vorzeichen und Absolutbetrag	17
Ordnungsrelationen	18
Intervalle	19
Runden und Abschneiden	19
Rechnen mit Intervallen	20
Klammerung	21
Addition und Subtraktion	21
Summenzeichen	22
Multiplikation und Division	23
Produktzeichen	24
Potenzen und Wurzeln	25
Exponentiation und Logarithmus	27
1.11 Binomischer Satz	28
Binomische Formeln	28
Binomialkoeffizienten	28
Pascalsches Dreieck	29
Eigenschaften der Binomialkoeffizienten	29
Entwicklung von Potenzen von Summen	30

2	Gleichungen und Ungleichungen (Algebra)	31
2.1	Grundlegende algebraische Begriffe	31
	Nomenklatur	31
	Gruppe	32
	Ring	33
	Körper	33
	Vektorraum	33
	Algebra	34
2.2	Gleichungen mit einer Unbekannten	34
	Elementare Äquivalenzumformungen	34
	Übersicht der verschiedenen Gleichungsarten	35
2.3	Lineare Gleichungen	36
	Gewöhnliche lineare Gleichungen	36
	Lineare Gleichungen in gebrochener Form	36
	Lineare Gleichungen in irrationaler Form	36
2.4	Quadratische Gleichungen	36
	Quadratische Gleichungen in gebrochener Form	37
	Quadratische Gleichungen in irrationaler Form	37
2.5	Kubische Gleichungen	38
2.6	Gleichungen vierten Grades	39
	Allgemeine Gleichung vierten Grades	39
	Biquadratische Gleichungen	39
	Symmetrische Gleichungen vierten Grades	39
2.7	Gleichungen beliebigen Grades	40
	Polynomdivision	40
2.8	Gebrochenrationale Gleichungen	41
2.9	Irrationale Gleichungen	41
	Wurzelgleichungen	41
	Potenzgleichungen	42
2.10	Transzendente Gleichungen	42
	Exponentialgleichungen	42
	Logarithmusgleichungen	43
	Trigonometrische (goniometrische) Gleichungen	43
2.11	Gleichungen mit Beträgen	44
	Gleichung mit einem Betragsausdruck	44
	Gleichungen mit mehreren Betragsausdrücken	45
2.12	Ungleichungen	45
	Äquivalenzumformungen bei Ungleichungen	45
2.13	Numerische Lösung von Gleichungen	46
	Grafische Lösung	47
	Intervallschachtelung	47
	Regula falsi	48
	Newton-Verfahren	48
	Sukzessive Approximation	49
3	Geometrie und Trigonometrie der Ebene	52
3.1	Ortslinien	52
3.2	Grundkonstruktionen	53
	Streckenhalbierung	53
	Winkelhalbierung	53
	Senkrechte	54
	Lot	54
	Parallele in gegebenem Abstand	54
	Parallele durch gegebenen Punkt	54
3.3	Winkel	55
	Winkelangabe	55
	Winkelarten	56

	Winkel an Parallelen	56
3.4	Ähnlichkeit und Strahlensätze	57
	Strahlensätze	57
	Streckeneinteilung	58
	Mittelwerte	58
	Stetige Teilung (Goldener Schnitt)	59
3.5	Dreiecke	59
	Kongruenzsätze	60
	Ähnlichkeit von Dreiecken	60
	Dreieckskonstruktion	60
	Analytische Berechnung eines rechtwinkligen Dreiecks	62
	Analytische Berechnung eines beliebigen Dreiecks	62
	Winkel- und Seitenbeziehungen im Dreieck	64
	Höhe	65
	Winkelhalbierende	66
	Seitenhalbierende	66
	Mittelsenkrechte, Inkreis, Umkreis, Ankreis	66
	Dreiecksfläche	67
	Verallgemeinerter Satz des Pythagoras	67
	Winkelbeziehungen	68
	Sinussatz	68
	Kosinussatz	68
	Tangenssatz	68
	Halbwinkelsätze	68
	Mollweidesche Formeln	69
	Seitensätze	69
	Gleichschenkliges Dreieck	69
	Gleichseitiges Dreieck	70
	Rechtwinkliges Dreieck	71
	Satz des Thales	71
	Satz des Pythagoras	72
	Kathetensatz	72
	Höhensatz	72
3.6	Vierecke	72
	Allgemeines Viereck	72
	Trapez	73
	Parallelogramm	73
	Rhombus (Raute)	74
	Rechteck	74
	Quadrat	74
	Sehnenviereck	75
	Tangentenviereck	75
	Drachenviereck	76
3.7	Regelmäßige n-Ecke (Polygone)	76
	Allgemeines regelmäßiges n -Eck	76
	Bestimmte regelmäßige Vielecke (Polygone)	77
3.8	Kreisförmige Objekte	79
	Kreis	79
	Kreisförmige Flächen	80
	Kreisring	80
	Kreisausschnitt (Kreissektor)	80
	Kreisringsektor	81
	Kreisabschnitt (Kreissegment)	81
	Ellipse	82

4 Geometrie des Raumes	83
4.1 Allgemeine Sätze	83
Satz von Cavalieri	83
Simpsonsche Regel	83
Guldinsche Regeln	83
4.2 Prisma	84
Schiefes Prisma	84
Gerades Prisma	84
Quader (Rechteck)	84
Würfel	85
Schief abgeschnittenes n -seitiges Prisma	85
4.3 Pyramide	85
Tetraeder	86
Pyramidenstumpf	86
4.4 Reguläre Polyeder	86
Eulerscher Polyedersatz	87
Tetraeder	87
Würfel (Hexaeder)	87
Oktaeder	87
Dodekaeder	88
Ikosaeder	88
4.5 Sonstige Körper	89
Prismoid, Prisma	89
Keil	89
Obelisk	89
4.6 Zylinder	89
Allgemeiner Zylinder	90
Gerader Kreiszylinder	90
Schiefabgeschnittener Kreiszylinder	90
Zylinderhuf	91
Hohlzylinder (Rohr)	91
4.7 Kegel	91
Gerader Kreiskegel	91
Gerader Kreiskegelstumpf	92
4.8 Kugel	92
Vollkugel	93
Hohlkugel	93
Kugelausschnitt (Kugelsektor)	93
Kugelabschnitt (Kugelsegment, Kalotte, Kugelkappe)	93
Kugelzone (Kugelschicht)	94
Kugelzweieck	94
4.9 Kugelgeometrie	95
Allgemeines Kugeldreieck (Eulersches Dreieck)	95
Rechtwinkliges Kugeldreieck	95
Schiefwinkliges Kugeldreieck	96
4.10 Rotationskörper	97
Ellipsoid	97
Rotationsparaboloid	97
Rotationshyperboloid	98
Tonne (Faß)	98
Torus (Ring)	98
4.11 Fraktale Geometrie	98
Skaleninvarianz und Selbstähnlichkeit	98
Konstruktion selbstähnlicher Objekte	99
Hausdorff-Dimension	99
Cantor-Menge	100

Koch-Kurve	100
Kochsche Schneeflocke	100
Sierpiński-Dreieck	100
Box-counting-Algorithmus	101
5 Funktionen	102
5.1 Folgen, Reihen und Funktionen	102
Folgen und Reihen	102
Eigenschaften von Folgen, Grenzwerte	103
Funktionen	104
Klassifikation von Funktionen	106
Grenzwert und Stetigkeit	107
5.2 Kurvendiskussion	109
Definitionsbereich	109
Symmetrie	109
Verhalten im Unendlichen	110
Definitionslücken und Unstetigkeitsstellen	110
Nullstellen	111
Vorzeichenverlauf	111
Steigungsverlauf, Extrema	112
Krümmung	113
Wendepunkt	113
5.3 Steckbrief für Funktionen	114
Elementare Funktionen	120
5.4 Konstante Funktion	120
5.5 Sprungfunktion	122
5.6 Betragsfunktion	125
5.7 Deltafunktion	128
5.8 Gaußklammer-Funktion, Restfunktion	131
Ganzrationale Funktionen	135
5.9 Lineare Funktion – Gerade	135
5.10 Quadratische Funktion – Parabel	138
5.11 Kubische Funktion	141
5.12 Potenzfunktion höheren Grades	144
5.13 Polynome höheren Grades	148
5.14 Darstellung von Polynomen und spezielle Polynome	152
Summen- und Produktdarstellung	152
Taylorentwicklung	153
Horner-Schema	154
Newtonsches Interpolationspolynom	156
Lagrange-Polynome	158
Bezier-Polynome und Splines	159
Spezielle Polynome	162
Gebrochen rationale Funktionen	164
5.15 Hyperbel	164
5.16 Reziproke quadratische Funktion	167
5.17 Potenzfunktionen mit negativem Exponenten	170
5.18 Quotient zweier Polynome	173
Polynomdivision und Partialbruchzerlegung	176
Padé-Approximation	179

Nichtrationale algebraische Funktionen	182
5.19 Quadratwurzelfunktion	182
5.20 Wurzelfunktionen	185
5.21 Potenzfunktion mit gebrochenem Exponenten	188
5.22 Wurzeln von rationalen Funktionen	191
Kegelschnitte	196
Transzendente Funktionen	199
5.23 Logarithmusfunktion	199
5.24 Exponentialfunktion	204
5.25 Exponentialfunktionen von Potenzen	209
Hyperbolische Funktionen	215
5.26 Hyperbolische Sinus- und Kosinusfunktion	217
5.27 Hyperbolische Tangens- und Kotangensfunktion	222
5.28 Sekans hyperbolicus und Kosekans hyperbolicus	227
Areafunktionen	231
5.29 Areasinus hyperbolicus und Areakosinus hyperbolicus	232
5.30 Areatangens hyperbolicus und Areakotangens hyperbolicus	234
5.31 Areasekans hyperbolicus und Areakosekans hyperbolicus	237
Trigonometrische Funktionen	240
5.32 Sinus- und Kosinusfunktion	243
Überlagerung von Schwingungen	252
Periodische Funktionen	256
5.33 Tangens und Kotangens	258
5.34 Sekans und Kosekans	264
Arkusfunktionen	269
5.35 Arkussinus und Arkuskosinus	270
5.36 Arkustangens und Arkuskotangens	273
5.37 Arkusekans und Arkuskosekans	276
Ebene Kurven	280
5.38 Algebraische Kurven n -ter Ordnung	280
Kurven zweiter Ordnung	280
Kurven dritter Ordnung	281
Kurven vierter und höherer Ordnung	283
5.39 Rollkurven	284
5.40 Spiralen	286
5.41 Andere Kurven	287
6 Vektorrechnung	289
6.1 Vektoralgebra	289
Vektor und Skalar	289
Spezielle Vektoren	289
Multiplikation eines Vektors mit einem Skalar	290
Vektoraddition	290
Vektorsubtraktion	291
Rechengesetze	291
Lineare (Un-) Abhängigkeit von Vektoren	292
Basis	293
6.2 Skalarprodukt oder inneres Produkt	296
Rechenregeln	296
Eigenschaften und Anwendungen des Skalarproduktes	297
Schmidtsches Orthonormierungsverfahren	299

	Richtungskosinus	299
	Anwendung der Vektorrechnung: Hyperwürfel	299
6.3	Vektorprodukt zweier Vektoren	300
	Eigenschaften des Vektorproduktes	301
6.4	Mehrfachprodukte von Vektoren	302
	Spatprodukt	302
7	Koordinatensysteme	305
7.1	Koordinatensysteme in zwei Dimensionen	305
	Kartesische Koordinaten	305
	Polarkoordinaten	305
	Umrechnungen zwischen 2-D-Koordinatensystemen	306
7.2	2-D-Koordinatentransformation	306
	Parallelverschiebung (Translation)	306
	Drehung (Rotation)	308
	Spiegelung (Reflexion)	308
	Skalierung	309
7.3	Koordinatensysteme in drei Dimensionen	309
	Kartesische Koordinaten	309
	Zylinderkoordinaten	310
	Kugelkoordinaten	310
	Umrechnungen zwischen dreidimensionalen Koordinatensystemen	311
7.4	Koordinatentransformation in drei Dimensionen	311
	Parallelverschiebung (Translation)	311
	Drehung (Rotation)	312
7.5	Anwendung in der Computergrafik	313
7.6	Transformationen	313
	Objektdarstellung und Objektbeschreibung	313
	Homogene Koordinaten	315
	2-D-Translation mit homogenen Koordinaten	315
	2-D-Skalierung mit homogenen Koordinaten	315
	3-D-Translation mit homogenen Koordinaten	316
	3-D-Skalierung mit homogenen Koordinaten	317
	3-D-Rotation von Punkten mit homogenen Koordinaten	317
	Positionierung eines Objektes im Raum	318
	Rotation von Objekten um eine beliebige Achse im Raum	319
	Simulation von Bewegungsabläufen	321
	Spiegelungen	321
	Transformation von Koordinatensystemen	322
	Translation eines Koordinatensystems	322
	Rotation eines Koordinatensystems um eine Hauptachse	323
7.7	Projektionen	325
	Grundprinzipien	325
	Parallelprojektion	325
	Zentralprojektion	328
	Allgemeine Formulierung von Projektionen	329
7.8	Window-Viewport-Transformationen	331
8	Analytische Geometrie	333
8.1	Elemente der Ebene	333
	Abstand zweier Punkte	333
	Teilung einer Strecke	333
	Fläche eines Dreiecks	333
	Gleichung einer Kurve	334
8.2	Gerade	334
	Gleichungsformen der Geraden	334
	Hessesche Normalform	335

	Schnittpunkt von Geraden	336
	Winkel zwischen Geraden	336
	Parallele und senkrechte Geraden	337
8.3	Kreis	337
	Kreisgleichungen	337
	Kreis und Gerade	338
	Kreistangentengleichung	338
8.4	Ellipse	338
	Gleichungsformen der Ellipse	339
	Brennpunkteigenschaften der Ellipse	339
	Durchmesser der Ellipse	339
	Tangente und Normale der Ellipse	340
	Krümmung der Ellipse	340
	Ellipsenflächen und Ellipsenumfang	340
8.5	Parabel	341
	Gleichungsformen der Parabel	341
	Brennpunkteigenschaften der Parabel	342
	Parabeldurchmesser	342
	Tangente und Normale der Parabel	342
	Krümmung einer Parabel	342
	Parabelflächen und Parabelbogenlänge	342
	Parabel und Gerade	343
8.6	Hyperbel	343
	Gleichungsformen der Hyperbel	343
	Brennpunkteigenschaften der Hyperbel	344
	Tangente und Normale der Hyperbel	345
	Konjugierte Hyperbeln und Durchmesser	345
	Krümmung einer Hyperbel	345
	Flächen einer Hyperbel	345
	Hyperbel und Gerade	346
8.7	Allgemeine Gleichung der Kegelschnitte	346
	Form der Kegelschnitte	346
	Hauptachsentransformation	347
	Geometrische Konstruktion (Kegelschnitt)	347
	Leitlinieneigenschaft	347
	Polargleichung	348
8.8	Elemente im Raum	348
	Abstand zweier Punkte	348
	Teilung einer Strecke	348
	Rauminhalt eines Tetraeders	348
8.9	Geraden im Raum	349
	Parameterdarstellung einer Geraden	349
	Schnittpunkt zweier Geraden	349
	Schnittwinkel zweier sich schneidenden Geraden	349
	Abstand zwischen Punkt und Gerade	350
	Fußpunkt des Lotes (Lotgerade)	350
	Abstand zweier Geraden	350
8.10	Ebenen im Raum	351
	Parameterdarstellung der Ebene	351
	Koordinatendarstellung der Ebene	351
	Hessesche Normalform der Ebene	352
	Umformungen	352
	Abstand Punkt - Ebene	352
	Schnittpunkt Gerade - Ebene	352
	Schnittwinkel zweier sich schneidender Ebenen	353
	Fußpunkt des Lotes (Lotgerade)	353

	Spiegelung	353
	Abstand zweier paralleler Ebenen	354
	Schnittmenge zweier Ebenen	354
8.11	Flächen zweiter Ordnung in Normalform	354
	Ellipsoid	354
	Hyperboloid	355
	Kegel	355
	Paraboloid	356
	Zylinder	356
8.12	Allgemeine Fläche zweiter Ordnung	357
	Allgemeine Gleichung	357
	Hauptachsentransformation	357
	Gestalt einer Fläche zweiter Ordnung	358
9	Matrizen, Determinanten und lineare Gleichungssysteme	360
9.1	Matrizen	360
	Zeilen- und Spaltenvektoren	362
9.2	Spezielle Matrizen	363
	Transponierte, konjugierte und adjungierte Matrizen	363
	Quadratische Matrizen	363
	Dreiecksmatrizen	364
	Diagonalmatrizen	366
9.3	Operationen mit Matrizen	368
	Addition und Subtraktion von Matrizen	368
	Multiplikation einer Matrix mit skalarem Faktor c	369
	Multiplikation von Vektoren, Skalarprodukt	370
	Multiplikation einer Matrix mit einem Vektor	371
	Multiplikation von Matrizen	371
	Rechenregeln der Matrixmultiplikation	373
	Multiplikation mit einer Diagonalmatrix	374
	Matrizenmultiplikation mit dem Falk-Schema	374
	Zeilensummen- und Spaltensummenproben	375
9.4	Determinanten	376
	Zweireihige Determinanten	377
	Allgemeine Rechenregeln für Determinanten	377
	Determinantenwert null	379
	Dreireihige Determinanten	379
	Determinanten höherer (n -ter) Ordnung	382
	Berechnung n -reihiger Determinanten	383
	Reguläre und inverse Matrix	384
	Berechnung der inversen Matrix mit Determinanten	385
	Rang einer Matrix	386
	Bestimmung des Ranges mit Unterdeterminanten	387
9.5	Lineare Gleichungssysteme	387
	Systeme von zwei Gleichungen mit zwei Unbekannten	389
9.6	Numerische Lösungsverfahren	390
	Gaußscher Algorithmus für lineare Gleichungssysteme	391
	Vorwärtselimination	391
	Pivotisierung	392
	Rückwärtseinsetzen	393
	LR-Zerlegung	394
	Lösbarkeit von $(m \times n)$ -Gleichungssystemen	397
	Gauß-Jordan-Verfahren zur Matrixinversion	399
	Berechnung der inversen Matrix A^{-1}	401
9.7	Iterative Lösung linearer Gleichungssysteme	403
	Gesamtschritt-Verfahren (Jacobi)	404
	Einzelschrittverfahren (Gauß-Seidel)	404

	Konvergenzkriterien für iterative Verfahren	406
	Speicherung der Koeffizientenmatrix	407
9.8	Tabelle der Lösungsmethoden	408
9.9	Eigenwertgleichungen	409
9.10	Tensoren	411
9.11	Systeme von Ungleichungen und Lineare Optimierung	412
	Aufgabenstellung	412
	Mathematische Modellformulierung	412
	Matrizenschreibweise der linearen Optimierung	413
	Umwandlung von Ungleichungen in Gleichungen - Schlupfvariablen	414
	Systeme linearer Ungleichungen mit zwei Variablen: Grafische Lösung	414
	Simplexmethode, Simplexalgorithmus	415
	Dualität in der linearen Optimierung	418
10	Differentialrechnung	419
10.1	Einführung, Definition	419
	Ableitung einer Funktion	419
	Differential	420
	Differenzierbarkeit	420
10.2	Differentiationsregeln	421
	Ableitungen elementarer Funktionen	421
	Ableitungen trigonometrischer Funktionen	422
	Ableitungen hyperbolischer Funktionen	422
	Konstantenregel	422
	Faktorregel	422
	Potenzregel	422
	Summenregel	423
	Produktregel	423
	Quotientenregel	423
	Kettenregel	423
	Logarithmische Ableitung von Funktionen	424
	Ableitung von Funktionen in Parameterdarstellung	424
	Ableitung von Funktionen in Polarkoordinaten	425
	Ableitung einer impliziten Funktion	425
	Ableitung der Umkehrfunktion	425
	Tabelle der Differentiationsregeln	426
10.3	Mittelwertsätze	427
	Satz von Rolle	427
	Mittelwertsatz der Differentialrechnung	427
	Erweiterter Mittelwertsatz der Differentialrechnung	428
10.4	Höhere Ableitungen	428
	Steigungsverlauf, Extrema	429
	Krümmung	431
	Wendepunkt	431
10.5	Näherungsverfahren zur Differentiation	432
	Grafische Differentiation	432
	Numerische Differentiation	432
10.6	Ableitung von Funktionen mehrerer Veränderlicher	433
	Partielle Ableitung	433
	Totales Differential	434
	Extrema von Funktionen in zwei Dimensionen	435
	Extrema mit Nebenbedingungen	435
10.7	Anwendung der Differentialrechnung	436
	Berechnung unbestimmter Ausdrücke	436
	Kurvendiskussion	438
	Extremalaufgaben	438
	Fehlerrechnung	439

Nullstellensuche nach Newton	440
11 Differentialgeometrie	441
11.1 Ebene Kurven	441
Darstellung von Kurven	441
Ableitung in expliziter Darstellung	441
Ableitung in Parameterdarstellung	441
Ableitung in Polarkoordinaten	441
Bogenelement einer Kurve	442
Tangente, Normale	442
Krümmung einer Kurve	443
Evoluten und Evolventen	444
Wendepunkte, Scheitel	445
Singuläre Punkte	445
Asymptoten	446
Einhüllende einer Kurvenschar	446
11.2 Raumkurven	447
Darstellung von Raumkurven	447
Begleitendes Dreiein	447
Krümmung	449
Windung (Torsion) einer Kurve	449
Frenetsche Formeln	450
11.3 Flächen	450
Darstellung einer Fläche	450
Tangentialebene und Flächennormale	450
Singuläre Flächenpunkte	451
12 Unendliche Reihen	452
12.1 Reihen	452
12.2 Konvergenzkriterien	452
Spezielle Zahlenreihen	455
12.3 Taylor- und MacLaurin-Reihen	455
Formel von Taylor	455
Taylor-Reihe	456
12.4 Potenzreihen	457
Konvergenzbetrachtungen für Potenzreihen	457
Eigenschaften konvergenter Potenzreihen	458
Umkehrung von Potenzreihen	459
12.5 Spezielle Potenzreihenentwicklungen	460
Binomische Reihen	460
Spezielle Binomische Reihen	460
Reihen von Exponentialfunktionen	460
Reihen von logarithmischen Funktionen	461
Reihen von trigonometrischen Funktionen	462
Reihen von Arkusfunktionen	462
Reihen von Hyperbelfunktionen	462
Reihen von Areafunktionen	463
Partialbruchentwicklungen	463
Unendliche Produkte	463
13 Integralrechnung	465
13.1 Integralbegriff und Integrierbarkeit	465
Stammfunktion	465
Unbestimmtes und bestimmtes Integral	465
Geometrische Deutung	466
Regeln zur Integrierbarkeit	467
Uneigentliche Integrale	468

13.2	Integrationsregeln	469
	Regeln für unbestimmte Integrale	469
	Regeln für bestimmte Integrale	470
	Tabelle der Integrationsregeln	471
	Integrale einiger elementarer Funktionen	471
13.3	Integrationsverfahren	472
	Integration durch Substitution	473
	Partielle Integration	476
	Integration durch Partialbruchzerlegung	477
	Integration durch Reihenentwicklung	480
13.4	Numerische Integration	481
	Rechteckregel	481
	Trapezregel	482
	Simpson-Regel	482
	Romberg-Integration	483
	Gauß-Quadratur	484
	Tabelle der numerischen Integrationsverfahren	485
13.5	Mittelwertsatz der Integralrechnung	487
13.6	Linien-, Flächen- und Volumenintegrale	488
	Bogenlänge (Rektifikation)	488
	Flächeninhalt	488
	Rotationskörper (Drehkörper)	489
13.7	Funktionen in Parameterdarstellung	490
	Bogenlänge in Parameterdarstellung	490
	Sektorenformel	491
	Rotationskörper in Parameterdarstellung	491
13.8	Mehrfachintegrale und ihre Anwendungen	491
	Definition von Mehrfachintegralen	491
	Flächenberechnung	493
	Schwerpunkt von Bögen	493
	Trägheitsmoment von Bögen	493
	Schwerpunkt einer Fläche	494
	Trägheitsmoment von Flächen	494
	Schwerpunkt von Drehkörpern	495
	Trägheitsmoment von Drehkörpern	495
13.9	Technische Anwendung der Integralrechnung	495
	Statisches Moment, Schwerpunkt	495
	Trägheitsmoment	497
	Statik	499
	Arbeitsberechnungen	499
	Mittelwerte	500
14	Vektoranalysis	501
14.1	Felder	501
	Symmetrien in Feldern	502
14.2	Differentiation und Integration von Vektoren	503
	Skalenfaktoren in allgemeinen orthogonalen Koordinaten	505
	Differentialoperatoren	506
14.3	Gradient und Potential	507
14.4	Richtungsableitung und Vektorgradient	509
14.5	Divergenz und Gaußscher Integralsatz	510
14.6	Rotation und Stokesscher Integralsatz	513
14.7	Laplace-Operator und Greensche Formeln	515
14.8	Kombinationen von div, rot und grad, Berechnung von Feldern	517
	Zusammenfassung	518

15 Komplexe Variablen und Funktionen	520
15.1 Komplexe Zahlen	520
Imaginäre Zahlen	520
Algebraische Darstellung komplexer Zahlen	520
Kartesische Darstellung komplexer Zahlen	521
Konjugiert komplexe Zahlen	521
Betrag einer komplexen Zahl	522
Trigonometrische Darstellung komplexer Zahlen	523
Exponentialdarstellung komplexer Zahlen	523
Umrechnung zwischen kartesischer und trigonometrischer Darstellung	524
Riemannsche Zahlenkugel	524
15.2 Elementare Rechenoperationen mit komplexen Zahlen	525
Addition und Subtraktion komplexer Zahlen	525
Multiplikation und Division komplexer Zahlen	526
Potenzieren im Komplexen	529
Radizieren im Komplexen	530
15.3 Elementare Funktionen einer komplexen Variablen	530
Folgen im Komplexen	530
Reihen im Komplexen	532
Exponentialfunktion im Komplexen	533
Natürlicher Logarithmus im Komplexen	533
Allgemeine Potenz im Komplexen	534
Trigonometrische Funktionen im Komplexen	534
Hyperbelfunktionen im Komplexen	535
Inverse trigonometrische, inverse hyperbolische Funktionen im Komplexen	537
15.4 Anwendungen der komplexen Rechnung	537
Darstellung von Schwingungen in der komplexen Ebene	537
Überlagerung von Schwingungen gleicher Frequenz	539
Ortskurven	539
Inversion von Ortskurven	540
15.5 Ableitung von Funktionen einer komplexen Variablen	542
Definition der Ableitung im Komplexen	542
Ableitungsregeln im Komplexen	542
Cauchy-Riemannsche Differentialgleichungen	543
Konforme Abbildungen	543
15.6 Integration in der komplexen Ebene	545
Komplexe Kurvenintegrale	545
Cauchyscher Integralsatz	546
Stammfunktionen im Komplexen	547
Cauchysche Integralformeln	547
Taylorreihe einer analytischen Funktion	548
Laurentreihen	549
Klassifikation singulärer Punkte	549
Residuensatz	550
Inverse Laplacetransformation	550
16 Differentialgleichungen	551
16.1 Allgemeines	551
16.2 Geometrische Interpretation	552
16.3 Lösungsmethoden	554
Trennung der Variablen	554
Substitution	554
Exakte Differentialgleichung	555
Integrierender Faktor	555
16.4 Lineare Differentialgleichungen erster Ordnung	555
Variation der Konstanten	556
Allgemeine Lösung	556

	Bestimmung einer partikulären Lösung	556
	Lineare Differentialgleichungen 1. Ordnung mit konstanten Koeffizienten	557
16.5	Einige spezielle Gleichungen	557
	Bernoullische Differentialgleichung	557
	Riccatische Differentialgleichung	558
16.6	Differentialgleichungen 2. Ordnung	558
	Einfache Spezialfälle	558
16.7	Lineare Differentialgleichungen 2. Ordnung	559
	Homogene lineare Differentialgleichung 2. Ordnung	560
	Inhomogene lineare Differentialgleichung 2. Ordnung	560
	Lineare Differentialgleichung 2. Ordnung mit konstanten Koeffizienten	561
16.8	Differentialgleichungen n-ter Ordnung	563
16.9	Systeme von gekoppelten Differentialgleichungen 1. Ordnung	568
16.10	Systeme von linearen homogenen Differentialgleichungen	569
16.11	Partielle Differentialgleichungen	571
	Lösung durch Separation	572
16.12	Numerische Integration von Differentialgleichungen	576
	Euler-Verfahren	576
	Verfahren von Heun	576
	Modifiziertes Euler-Verfahren	578
	Runge-Kutta-Verfahren	578
	Runge-Kutta-Verfahren für Systeme von Differentialgleichungen	581
	Differenzenverfahren zur Lösung partieller Differentialgleichungen	582
	Die Methode der finiten Elemente	584
17	Fourier-Transformation	588
17.1	Fourier-Reihen	588
	Einleitung	588
	Definition und Koeffizienten	588
	Konvergenzbedingung	589
	Erweitertes Intervall	591
	Symmetrien	592
	Fourier-Reihe in komplexer und spektraler Darstellung	594
	Formeln zur Berechnung von Fourier-Reihen	594
	Fourier-Entwicklung einfacher periodischer Funktionen	595
	Fourier-Reihen (Tabelle)	599
17.2	Fourier-Integrale	600
	Einleitung	600
	Definition und Koeffizienten	600
	Konvergenzbedingungen	601
	Komplexe Darstellung, Fouriersinus- und -kosinustransformation	601
	Symmetrien	603
	Faltung und einige Rechenregeln	603
17.3	Diskrete Fourier-Transformation (DFT)	604
	Definition und Koeffizienten	605
	Shannonsches Abtasttheorem	606
	Diskrete Sinus- und Kosinustransformation	606
	Fast-Fourier-Transformation (FFT)	608
	Spezielle Paare von Fourier-Transformierten	612
	Fourier-Transformierte (Tabelle)	612
	Spezielle Fourier-Sinus-Transformierte	613
	Spezielle Fourier-Kosinus-Transformierte	614

18 Laplace- und z-Transformation	615
18.1 Einleitung	615
18.2 Definition der Laplace-Transformation	615
18.3 Transformationsätze	617
18.4 Partialbruchzerlegung	624
Partialbruchzerlegung mit einfachen reellen Nullstellen	624
Partialbruchzerlegung mit mehrfachen reellen Nullstellen	625
Partialbruchzerlegung mit komplexen Nullstellen	626
18.5 Lineare Differentialgleichungen	627
Lineare Differentialgleichung 1. Ordnung	628
Lineare Differentialgleichung 2. Ordnung	629
Beispiele: Lineare Differentialgleichungen	631
Laplace-Transformierte (Tabelle)	634
18.6 z-Transformation	642
Definition der z-Transformation	642
Konvergenzbedingungen für die z-Transformation	643
Umkehrung der z-Transformation	644
Rechenregeln	645
Tabelle von z-Transformierten	646
Rechenregeln zur z-Transformation	648
19 Empirische Statistik und Wahrscheinlichkeitsrechnung	649
19.1 Beschreibung von Messungen	649
Fehlerarten	651
19.2 Kenngrößen zur Beschreibung von Meßwertverteilungen	652
Lageparameter, Mittelwerte von Meßreihen	652
Streuungsparameter	654
19.3 Häufigkeits- und Wahrscheinlichkeitsverteilungen	655
Häufigkeitsverteilungen	655
Wahrscheinlichkeitsverteilungen	657
Maßzahlen und Momente	658
Diskrete Verteilungen	660
Stetige Verteilungen	662
Verteilung von Stichprobenfunktionen	666
19.4 Stichproben-Analyseverfahren (Test- und Schätztheorie)	670
Schätzverfahren	671
Konstruktionsprinzipien für Schätzfunktionen	673
Momentenmethode	673
Maximum-Likelihood-Verfahren	674
Methode der kleinsten Quadrate	674
χ^2 -Minimum-Methode	675
Methode der Quantile, Perzentile	675
Intervallschätzung	675
Intervallgrenzen bei Normalverteilung	677
Intervallgrenzen bei Binomial- und hypergeometr. Verteilung	679
Intervallgrenzen bei Poisson-Verteilung	679
Bestimmung des Stichprobenumfangs n	679
Prüfverfahren	680
Parametertests	683
Parametertests bei der Normalverteilung	684
Hypothesen über den Mittelwert beliebiger Verteilungen	686
Hypothesen über p von Binomial- und hypergeometrischen Verteilungen	686
Anpassungstests	686
Anwendung: Annahmestichproben- und Ausschußprüfung	688
19.5 Zuverlässigkeit	689
19.6 Korrelation von Meßwerten	691
19.7 Ausgleichsrechnung, Regression	692

	Lineare Regression, Methode der kleinsten Quadrate	694
	Regression n -ter Ordnung	695
19.8	Wahrscheinlichkeitsrechnung	696
	Diskrete und stetige Ereignismengen	696
	Häufigkeit und Wahrscheinlichkeit	697
	Grundbegriffe der Kombinatorik	698
	Abhängige und unabhängige Zufallsgrößen	699
	Rechnen mit Wahrscheinlichkeiten	700
20	Boolesche Algebra	703
20.1	Motivation und Grundbegriffe	703
	Aussagen und Wahrheitswerte	703
	Aussagenvariablen	703
20.2	Boolesche Verknüpfungen	704
	Negation, nicht, not	704
	Konjunktion, und, and	704
	Disjunktion, (inklusive) oder, or	705
	Rechenregeln	705
20.3	Boolesche Funktionen	707
	Verknüpfungsbasis	707
20.4	Normalformen	708
	Disjunktive Normalform	708
	Konjunktive Normalform	708
	Darstellung von Funktionen durch Normalformen	709
20.5	Karnaugh-Veitch-Diagramme	711
	Erstellen eines KV-Diagrammes	711
	Eintragen einer Funktion in ein KV-Diagramm	711
	Minimierung mit Hilfe von KV-Diagrammen	712
20.6	Minimierung nach Quine und McCluskey	713
20.7	Mehrwertige Logik und Unschärfe (Fuzzy-) Logik	716
	Mehrwertige Logik	716
	Fuzzy-Logik	716
21	Kurze Einführung in PASCAL	718
21.1	Grundstruktur	718
21.2	Variablen und Typen	718
	Ganze Zahlen	719
	Reelle Zahlen	719
	Boolesche Werte	719
	Felder, ARRAYS	720
	Zeichen und Zeichenketten	721
	RECORDs	721
	Zeiger	722
	Selbstdefinierte Typen	723
21.3	Anweisungen	724
	Zuweisungen und Ausdrücke	724
	Ein- und Ausgabe	725
	Verbundanweisung	726
	Bedingte Anweisungen IF und CASE	727
	Schleifen FOR, WHILE und REPEAT	728
21.4	Prozeduren und Funktionen	729
	Prozeduren	729
	Funktionen	730
	Lokale und globale Variablen, Parameterübergabe	730
21.5	Rekursion	732
21.6	Grundlegende Algorithmen	733
	Dynamische Datenstrukturen	733

Suchen	735
Sortieren	735
21.7 Computergrafik.	737
Grundfunktionen	737
22 Integraltafeln	739
22.1 Integrale rationaler Funktionen	739
Integrale mit $P_x = ax + b$	739
Integrale mit $x^m/(ax + b)^n$, $P_x = ax + b$	739
Integrale mit $1/(x^n(ax + b)^m)$, $P_x = ax + b$	740
Integrale mit $ax + b$ und $fx + g$	741
Integrale mit $a + x$ und $b + x$	741
Integrale mit $ax^2 + bx + c$	742
Integrale mit $x^n/(a + b)^m$, $P_x = ax + b$	742
Integrale mit $1/x^n(ax + b)^m$, $P_x = ax + b$	743
Integrale mit $P_x = a^2 \pm x^2$	743
Integrale mit $1/(a^2 \pm x^2)^n$, $P_x = a^2 \pm x^2$	743
Integrale mit $x^n/(a^2 \pm x^2)^m$, $P_x = a^2 \pm x^2$	743
Integrale mit $1/(x^n(a^2 \pm x^2)^m)$, $P_x = a^2 \pm x^2$	744
Integrale mit $P_x = a^3 \pm x^3$	745
Integrale mit $a^4 + x^4$	746
Integrale mit $a^4 - x^4$	746
22.2 Integrale irrationaler Funktionen	746
Integrale mit $x^{1/2}$ und $P_x = ax + b$	746
Integrale mit $P_x^{1/2} = (ax + b)^{1/2}$	747
Integrale mit $P_x^{1/2} = (ax + b)^{1/2}$ und $Q_x^{1/2} = (cx + d)^{1/2}$	748
Integrale mit $R_x = (a^2 + x^2)^{1/2}$	749
Integrale mit $S_x = (x^2 - a^2)^{1/2}$	750
Integrale mit $T_x = (a^2 - x^2)^{1/2}$	751
22.3 Integrale transzendenter Funktionen	753
Integrale mit Exponentialfunktionen	753
Integrale mit logarithmischen Funktionen	754
Integrale mit Hyperbelfunktionen	755
Integrale mit inversen Hyperbelfunktionen	756
Integrale mit Sinus- oder Kosinusfunktionen	756
Integrale mit Sinus- und Kosinusfunktionen	760
Integrale mit Tangens- oder Kotangensfunktionen	764
Integrale mit inversen trigonometrischen Funktionen	764
22.4 Bestimmte Integrale	766
Bestimmte Integrale mit algebraischen Funktionen	766
Bestimmte Integrale mit Exponentialfunktionen	766
Bestimmte Integrale mit logarithmischen Funktionen	767
Bestimmte Integrale mit trigonometrischen Funktionen	768
Index	770