

Inhaltsverzeichnis

1	Praktisches Rechnen - Beispiele und Probleme	1
1.1	Berechnungen mit begrenzt genauen Zahlen	3
1.2	Numerische Integration	10
1.3	Integration einer Differentialgleichung mit Euler-Verfahren	12
1.4	Ritz-Verfahren	19
1.5	Galerkin-Verfahren	22
2	Grundlagen der FEM	27
2.1	Die drei Bestandteile eines Berechnungsproblems	27
2.2	Ein einfaches Berechnungsproblem	29
2.3	Kontinuum und diskretes System	30
2.4	Diskretisierung des Kontinuums	33
2.5	Ansatzfunktionen	36
2.6	Die Methode der Finiten Elemente	42
2.7	Anwendungsgebiete der FEM	45
3	Zugstab und Fachwerk	49
3.1	Die Steifigkeit des Zugstabs	49
3.1.1	Kraftmethode	50
3.1.2	Energiemethode	53
3.1.3	Steifigkeit des Zugstabs aus Ansatzfunktionen	54
3.2	Zugstabsketten, zusammengesetzte Steifigkeiten	57
3.3	Zugstäbe in der Ebene und im Raum	60
3.4	Fachwerke, Gesamtsteifigkeiten, Randbedingungen	64
3.4.1	Gesamtsteifigkeitsmatrizen	64
3.4.2	Randbedingungen	66
3.4.3	Dehnungen, Spannungen, Stabkräfte	69
3.5	Optimierung der Matrizen	69
4	Elastostatik	75
4.1	Grundbegriffe	76
4.2	Das ebene QUAD4-Element	79
4.2.1	Das ebene rechtwinkelige QUAD4-Element	80
4.2.2	Das verzerrte QUAD4-Element	85
4.3	Die Elemente der Elastostatik	91
4.3.1	Die 2-dimensionalen, ebenen Elemente der Elastostatik	93
4.3.2	Die 3-dimensionalen, räumlichen Elemente der Elastostatik	97

4.4	Randbedingungen und Zwangsbedingungen	100
4.4.1	Randbedingungen	100
4.4.2	Zwangsbedingungen	103
4.5	Balken und Schalen	104
4.5.1	Balken	105
4.5.2	Schalen	108
4.6	Strecken- und Flächenlasten	109
4.7	Einige einfache Berechnungsprobleme	110
4.7.1	Blech unter Zugbeanspruchung	110
4.7.2	Patch-Test	110
4.7.3	Balkenbiegung, Schubsteifigkeitsüberhöhung	111
5	Potentialprobleme	115
5.1	Einige elementare Potentialprobleme	115
5.2	Der Wärmeleitstab	119
5.2.1	Die 1-dimensionale Transportgleichung	119
5.2.2	Die Matrizen der Wärmeleitfähigkeit und der Wärmekapazität	123
5.2.3	Diagonale Massenmatrizen	127
5.3	Die FEM, ein Galerkinverfahren	127
5.4	Randbedingungen, Gesamtmatrizen	129
5.4.1	Randbedingungen bei Wärmeleitproblemen	129
5.4.2	Gesamtmatrizen, Berücksichtigung der Randbedingungen	130
5.4.3	Die Integration der Transportgleichung in der Zeit	131
5.5	Die Elemente der Potentialmechanik	133
5.6	Beispiele einfacher Wärmeleitungsrechnungen	137
5.6.1	Einheiten bei wärmetechnischen Berechnungen	137
5.6.2	Beispiele von Temperaturberechnungen	138
5.7	Gekoppelte Probleme, Wärmespannungen	139
6	Dynamik	143
6.1	3 Fragestellungen der linearen Dynamik.	143
6.1.1	Modale Analysen	146
6.1.2	Erzwungene Schwingungen	154
6.1.3	Transiente Analysen	158
6.2	Massenmatrizen	163
6.2.1	Aufbau der Massenmatrizen	164
6.2.2	Die Massenmatrix des homogenen eindimensionalen Zugstabs	165
6.2.3	Die Massenmatrix des linearen räumlichen Hexaeders HEX8	165
6.2.4	Diagonale Massenmatrizen	166
6.3	Dämpfung	166
6.4	Berechnungen von Eigenschwingungen	168

7 Nichtlineare Probleme	173
7.1 Beispiele nichtlinearer Probleme	174
7.2 Klassifizierung nichtlinearer Probleme	182
7.2.1 Geometrische Nichtlinearität	182
7.2.2 Werkstoffnichtlinearität	183
7.2.3 Nichtlineare Randbedingungen	187
7.3 Berechnung nichtlinearer Probleme	189
8 Probleme beim Arbeiten mit Finiten Elementen	191
8.1 Aufgabenstellung	191
8.1.1 Auftraggeber und Auftragnehmer	191
8.1.2 Ziel der Berechnung	192
8.1.3 Isolierte Berechnungen und Großprojekte	193
8.1.4 Vorgaben und Freiheiten	193
8.1.5 Aufwand und Kosten	194
8.2 Ablauf einer Berechnung	194
8.2.1 Art des Berechnungsproblems	195
8.2.2 Bestandteile des Modells	197
8.2.3 Probleme während des Rechenlaufs	200
8.3 Interpretation	201
8.3.1 Welche Daten fallen an?	201
8.3.2 Wie sind die Daten zu interpretieren?	201
8.3.3 Parametersensibilität	202
8.3.4 Verifikation	203
8.4 Gefahren bei der Analyse komplexer Systeme	203
9 Entwicklungstendenzen	207
9.1 Kostenentwicklung	207
9.2 Mitarbeiter	208
9.3 CAD-FEM Kopplung	209
9.4 Automatische Netzqualifikation	211
9.5 Expertensysteme	212
9.6 FE-Prozesse	213
9.7 Optimierung	214
9.8 Qualitätssicherung	215
A1 Mathematische Grundlagen	217
A.1.1 Lineare Algebra	217
A1.1.1 Matrizen	217
A1.1.2 Vektoren	221
A1.1.3 Lineare Gleichungssysteme	224

A1.2	Differential- und Integralrechnung	229
A1.2.1	Grundbegriffe der Differential- und Integralrechnung	229
A1.2.2	Funktionen mehrerer Veränderlicher	230
A1.2.3	numerische Differentiation und Integration	232
A1.2.4	Operatoren	235
A1.3	Differential- und Integralgleichungen	235
A1.3.1	gewöhnliche Differentialgleichungen	236
A1.3.2	Finite Differenzen	238
A1.3.3	Ritz- oder Galerkinansatz (Finite Elemente)	239
A1.3.4	partielle Differentialgleichungen	240
A1.3.5	Integralgleichungen	241
A2	3 Herangehensweisen der Physik	243
A2.1	Energieerhaltungssatz	243
A2.2	Stationäre Potentiale	244
A2.3	Prinzip der virtuellen Verrückungen	248
A3	Dehnungen und Spannungen	251
A3.1	Spannungs-Dehnungsbeziehungen	251
A3.2	Verschiebungen und Dehnungen	255
A3.3	Hauptspannungen,	256
A3.4	Vergleichsspannungen	256
A3.5	Anisotropie	258
Literatur		259
Sachverzeichnis		261