

Inhaltsverzeichnis

Einleitung	1
9 Mathematik im Zeitalter des Absolutismus und der Aufklärung	5
9.0 Einführung	7
9.0.1 Vom Absolutismus zur Aufklärung	7
9.0.2 Baukunst, Malerei, Musik und Literatur im 18. Jahrhundert	11
9.1 Zur Theorie der unendlichen Reihen in Britannien	19
9.2 Entwicklung des Calculus auf dem Kontinent	25
9.3 Die Anfänge der Variationsrechnung	34
9.4 Zur Geschichte der Differentialgleichungen	39
9.5 Neue Möglichkeiten durch die Infinitesimalmathematik	41
9.6 Leonhard Euler	45
9.7 Entwicklungen in der Geometrie	70
9.8 Vor- und Frühgeschichte der Wahrscheinlichkeitsrechnung	75
9.9 Die große Zeit der Enzyklopädien	83
10 Mathematik während der Industriellen Revolution	87
10.0 Einführung	90
10.0.1 Baukunst, Malerei, Musik und Literatur im 19. Jahrhundert	90
10.0.2 Die Industrielle Revolution	98
10.0.3 Forderungen an Mathematik und Naturwissenschaften	101
10.0.4 Entwicklung wissenschaftlicher Institutionen	103
10.0.5 Technikwissenschaften und Mathematik im deutschsprachigen Raum	109
10.0.6 Charles Babbage: „Programmgesteuerte Rechner“	116
10.1 Anwendungen der Mathematik in Natur- und Ingenieurwissenschaften	124
10.1.1 Mathematik in der Astronomie	124
10.1.2 Fortschritte in der Variationsrechnung	127
10.1.3 Mathematische Physik	128
10.2 Entwicklungen in der Geometrie	132
10.2.1 Gaspard Monge: Darstellende Geometrie	132
10.2.2 Jean Victor Poncelet: Projektive Geometrie	139
10.2.3 August Ferdinand Möbius: Geometrische Verwandtschaften	142
10.2.4 Gauß–Bolyai–Lobatschewski: Nichteuklidische Geometrie	146
10.2.5 Bernhard Riemann: Beitrag zur Grundlegung der Geometrie	159

10.2.6	Die Anerkennung der nicht-euklidischen Geometrie...	163
10.2.7	Felix Klein: Das sog. Erlanger Programm	167
10.2.8	David Hilbert: Axiomatisierung der Geometrie	172
10.2.9	Die allgemeine axiomatische Methode	176
10.3	Wandel in der Algebra	177
10.3.1	Carl Friedrich Gauß: Konstruierbarkeit regulärer Polygone	179
10.3.2	Carl Friedrich Gauß: Fundamentalsatz der Algebra ..	184
10.3.3	Carl Friedrich Gauß: Anerkennung der komplexen Zahlen	186
10.3.4	William Rowan Hamilton: Arithmetische Interpretation der komplexen Zahlen ..	187
10.3.5	Paolo Ruffini, Niels Henrik Abel: Unmöglichkeit der Auflösbarkeit der Gleichung fünftens Grades in Radikalen	188
10.3.6	Evariste Galois: Gruppentheoretische Formulierung des Auflösungsproblems	195
10.3.7	Augustin Louis Cauchy: Theorie der Permutationen ..	199
10.3.8	Determinanten und Matrizen	199
10.3.9	William Rowan Hamilton: Quaternionenkalkül, Vektorrechnung	200
10.3.10	Arthur Cayley, George Boole: Die britische algebraische Schule	203
10.3.11	Erste algebraische Grundstrukturen: Gruppe, Körper .	206
10.4	Carl Friedrich Gauß: <i>Princeps Mathematicorum</i>	210
10.5	Entwicklungen in der Zahlentheorie	219
10.5.1	Carl Friedrich Gauß: <i>Disquisitiones arithmeticae</i>	219
10.5.2	Johann Peter Dirichlet: Analytische Methoden in der Zahlentheorie	221
10.5.3	Ernst Eduard Kummer: „Reguläre“ Primzahlen und „ideale“ Zahlen	223
10.5.4	Leopold Kronecker: „Die ganzen Zahlen hat der liebe Gott gemacht“	224
10.5.5	Richard Dedekind: „Was sind und was sollen die Zahlen?“	226
10.5.6	Bernhard Riemann: Zetafunktion und Riemannsche Vermutung	228
10.5.7	Charles Hermite und Ferdinand Lindemann: Transzendenz von e und π	230
10.6	Analysis in neuem Gewande	232
10.6.1	Probleme in den Grundlagen der Analysis	233
10.6.2	Jean Baptiste Joseph de Fourier: Begründung der mathematischen Physik	242

10.6.3	Augustin-Louis Cauchy: Grundlagen der Analysis, Präzisierung der Begriffe . . .	247
10.6.4	Bernard Bolzano: Präzise Begriffe und strenge Beweise	253
10.6.5	Niels Henrik Abel und Carl Gustav Jacob Jacobi: Elliptische Funktionen	256
10.6.6	Bernhard Riemann: Neue Auffassung von Analysis und Geometrie	259
10.6.7	Julius Wilhelm Richard Dedekind: Dedekindscher Schnitt	269
10.6.8	Karl Weierstraß: Theorie der analytischen Funktionen	270
10.6.9	Sofia (Sophie, Sonja) Kowalewskaja: Theorie partieller Differentialgleichungen	276
10.6.10	Rückblick auf die Entwicklung der Analysis während des 19. Jahrhunderts	278
10.7	Der Weg zur klassischen Wahrscheinlichkeitsrechnung	280
10.8	Entwicklung der Mathematik in einzelnen Regionen	290
10.8.1	Die Mathematik in Russland während des 19. Jahrhunderts	291
10.8.2	Anfänge der Mathematik in den USA	294
10.8.3	Mathematiker in Italien und die Einheit Italiens	303
10.8.4	Gründung nationaler Gesellschaften für Mathematik um die Jahrhundertwende	311
11	Globalisierung der Mathematik seit dem Ende des 19. Jahrhunderts	313
11.0	Einführung	318
11.0.1	Baukunst, Malerei, Musik und Literatur im 20. Jahrhundert	318
11.0.2	Entwicklung der Medien	338
11.0.3	Zur Historiographie der Mathematik des 20. Jahrhunderts	340
11.0.4	Mathematik und Mathematiker im 20. Jahrhundert . .	345
11.0.5	Ein Beispiel für die Internationalisierung der Mathematik: Die Rockefeller Foundation	348
11.0.6	Internationale Mathematikerkongresse – Auszeichnungen und Preise für Mathematik	355
11.0.7	Dreiundzwanzig Probleme	359
11.0.8	Die dunkle Zeit des Nationalsozialismus	363
11.0.9	Mathematik und Krieg	371
11.0.10	Entwicklung nach dem Zweiten Weltkrieg: Erweiterung der Anwendungsbereiche, Verschiebung inhaltlicher Schwerpunkte	373
11.1	Die Begründung der Mengenlehre	377

11.1.1	Rückblick auf die Vorgeschichte der Mengenlehre	377
11.1.2	Georg Cantor: Schöpfer der Mengenlehre	380
11.1.3	Felix Hausdorff: Grundzüge der Mengenlehre	393
11.2	Mathematisch-philosophische Strömungen	396
11.3	Eine neue Disziplin: Funktionalanalysis	407
11.3.1	Vorstufe: Integrations- und Maßtheorie	407
11.3.2	Entstehung der Funktionalanalysis	410
11.4	Algebra im 20. Jahrhundert	423
11.4.1	Herausbildung der sog. Modernen Algebra	423
11.4.2	Emmy Noether: Invariantentheorie, Idealtheorie und komplexe Systeme	428
11.4.3	Die Bourbaki-Gruppe: Algebraische Strukturen	434
11.4.4	Algebraische Geometrie (K.-H. Schlote)	435
11.5	Wahrscheinlichkeitsrechnung; Axiomatische Grundlegung	441
11.6	Mathematik in Göttingen	446
11.7	Entwicklung der Mathematik in ausgewählten Regionen	473
11.7.1	Einiges aus der Entwicklung in Frankreich	473
11.7.2	Hardy und Ramanujan – ein ungewöhnliches Beispiel internationaler Zusammenarbeit	487
11.7.3	Die polnische Schule der Topologie	490
11.7.4	Mathematik in Russland und in der Sowjetunion	492
11.8	Computer verändern die Welt	503
11.8.1	Frühe Rechentechnik, mechanische Rechenmaschinen: Ein Rückblick	506
11.8.2	Elektromechanische Rechenmaschinen: Hermann Hollerith	510
11.8.3	Programmgesteuerte elektromechanische Digitalrechner: Konrad Zuse	512
11.8.4	Entwicklungen in den USA und in England	514
11.8.5	Elektromechanische Computer	516
11.8.6	Computer mit Röhrentechnik	517
11.8.7	Pioniere moderner Rechentechnik: John von Neumann und Alan Turing	519
11.8.8	Computer mit Transistoren und Mikroprozessoren . . .	522
11.8.9	Die jüngste Entwicklung der Rechanlagen: Pipeline-Konzept, Vektorrechner und Parallelrechner (H. Luttermann)	525
11.8.10	Kybernetik: Eine Schöpfung von Norbert Wiener	529
11.9	Gelöste und ungelöste Probleme	538
11.9.1	Die Lösung des Vierfarbenproblems	538
11.9.2	Der Große Fermatsche Satz: Beweis nach 300 Jahren!	541
11.9.3	Offene Probleme der Zahlentheorie	546
11.9.4	Das „Millennium Meeting“	550

12 Gedanken zur Zukunft der Mathematik –	
Ein Ausblick von Eberhard Zeidler	553
12.1 Mathematik als eine Querschnittswissenschaft	556
12.2 Strategien der Mathematik für die Zukunft	562
12.3 Zwei kürzlich gelöste berühmte Probleme der Mathematik ...	577
12.4 Berühmte offene Probleme der Mathematik	580
12.5 Die philosophische Dimension der Mathematik	583
Literatur	587
Abbildungsverzeichnis	623
Personenverzeichnis mit Lebensdaten	639
Sachverzeichnis	661

Inhaltsverzeichnis zu Band 1

Einleitung

1 Mathematik am Anfang und Ethnomathematik

- 1.1 Zählen, Zahlen, Figuren
 - 1.1.0 Einführung
 - 1.1.1 Zahlen und Zahlwörter
 - 1.1.2 Anfänge der Geometrie
- 1.2 Ethnomathematik
 - 1.2.1 Aspekte der Ethnomathematik
 - 1.2.2 Beispiel aus Afrika: Sona Geometrie
- 1.3 Kenntnisse und Leistungen der Azteken, Maya und Inka
 - 1.3.0 Zur Geschichte
 - 1.3.1 Die Azteken: Kalenderrechnung und ummantelte Pyramiden
 - 1.3.2 Die Maya: Tempel, Pyramiden und geheimnisvolle Glyphen
 - 1.3.3 Rätsel der Nazca-Kultur
 - 1.3.4 Die Inka: Polygonale Festungsmauern und Sonnenheiligtümer

2 Entwicklung der Mathematik in asiatischen Kulturen

- 2.1 Mathematik im alten China
 - 2.1.0 Das historische Umfeld
 - 2.1.1 Zahlendarstellung, Rechenbrett
 - 2.1.2 Einige Höhepunkte altchinesischer Mathematik
 - 2.1.3 Zusammenfassung
- 2.2 Entwicklung der Mathematik in Japan
 - 2.2.0 Historischer Hintergrund
 - 2.2.1 Mathematik im alten Japan
 - 2.2.2 Die Renaissance der japanischen Mathematik
- 2.3 Mathematik im alten Indien
 - 2.3.0 Vorbemerkung
 - 2.3.1 Historischer Überblick
 - 2.3.2 Wichtige Quellen altindischer Mathematik
 - 2.3.3 Geometrie in Indien
 - 2.3.4 Indische Trigonometrie
 - 2.3.5 Die Herausbildung des dezimalen Positionssystems
 - 2.3.6 Arithmetik und Algebra in der indischen Mathematik

3 Frühzeit der Mathematik im Vorderen Orient

- 3.1 Mathematik im alten Ägypten
 - 3.1.0 Einführung: Geschichte und Schrift des alten Ägypten
 - 3.1.1 Mathematische Papyri
 - 3.1.2 Zahlensystem, Rechentechnik
 - 3.1.3 „Hau“-Aufgaben, Pšw-Rechnungen
 - 3.1.4 Algebraische Probleme
 - 3.1.5 Geometrische Probleme
- 3.2 Mesopotamische (Babylonische) Mathematik
 - 3.2.0 Einführung
 - 3.2.1 Entwicklung der Keilschrift
 - 3.2.2 Zahlenschreibweise, Zahlentafeln
 - 3.2.3 Geometrie in Mesopotamien
 - 3.2.4 Algebra in Mesopotamien
 - 3.2.5 Zusammenfassung

4 Mathematik in griechisch-hellenistischer Zeit und Spätantike

- 4.0 Historische Einführung
- 4.1 Zählen, Zahlensysteme, Rechnen
- 4.2 Ionische Periode
- 4.3 Mathematik in der ionischen Periode
- 4.4 Mathematik in der athenischen Periode
- 4.5 Mathematik in der hellenistischen Periode
- 4.6 Mathematik bei den Römern
- 4.7 Die Mathematik am Ausgang der Antike
- 4.8 Nachwirkungen in byzantinischer Zeit

5 Mathematik in den Ländern des Islam

- 5.0 Historischer Überblick
- 5.1 Islamische Universalgelehrte des Mittelalters
- 5.2 Al-Ḥwārizmī (al-Choresmi) und seine „Algebra“
- 5.3 Spitzenleistungen in der Algebra der Muslime
- 5.4 Zum Zahlbegriff
- 5.5 Beiträge der Muslime zur Geometrie
- 5.6 Neue Quellen für mathematikhistorische Forschung

6 Mathematik im Europäischen Mittelalter

- 6.0 Vorbemerkung
- 6.1 Frühes Mittelalter
- 6.2 Hochmittelalter, Spätmittelalter
- 6.3 Scholastik, Gründung und Anerkennung von Universitäten
- 6.4 Schlussbetrachtung

7 Mathematik während der Renaissance

- 7.0 Historische Einführung
- 7.1 Neue Forderungen an die Mathematik
- 7.2 Rechenmeister und frühe Algebra
- 7.3 Fortschritte in Italien
- 7.4 Entwicklungen in Westeuropa
- 7.5 Frühe Algebra im deutschsprachigen Raum
- 7.6 Die sog. Deutsche Coß
- 7.7 Geometrie und Perspektive
- 7.8 Astronomie und Trigonometrie

8 Mathematik während der Wissenschaftlichen Revolution

- 8.0 Allgemeine Charakterisierung
- 8.1 Gründung von Akademien und wissenschaftlichen Gesellschaften
- 8.2 Algebra wird zur selbstständigen mathematischen Disziplin
- 8.3 Analytische Geometrie
- 8.4 Anfänge der projektiven Geometrie
- 8.5 Rechenmethoden, Rechenhilfsmittel, erste Rechenmaschinen
- 8.6 Zur Frühgeschichte der Infinitesimalmathematik
- 8.7 Durchbildung der infinitesimalen Methoden:
Newton und Leibniz

Literatur

Abbildungsverzeichnis

Personenverzeichnis mit Lebensdaten

Sachverzeichnis