

Inhaltsverzeichnis

1 Einführung	11
1.1 Von abgebrochenen Bäumen – eine Schulbuchaufgabe anstelle einer Einleitung	11
1.1.1 Zur Problemstellung	13
1.1.2 Zur Zielsetzung der Untersuchung	16
1.1.3 Leitende Fragestellungen und Schwerpunkte der Arbeit	17
2 Retrospektive	19
2.1 Kurzer historischer Überblick über die Entwicklung der numerischen Mathematik	19
2.2 Der Einsatz des Taschenrechners im Zusammenhang mit der Diskussion von numerischen Ansätzen in der DDR	23
2.2.1 Konsequenzen des VIII. Pädagogischen Kongresses	23
2.2.2 Schulversuch zum Taschenrechnereinsatz	24
2.2.3 Gründe für den Einsatz des SR 1	26
2.2.4 Heranführen der Schülerinnen und Schüler	28
2.2.5 Didaktische Konsequenzen	29
2.2.6 Gesellschaftlicher und wissenschaftstheoretischer Hintergrund von Lernzielen der numerischen Mathematik	32
2.3 Der Einsatz des Taschenrechners im Zusammenhang mit der Diskussion von numerischen Ansätzen in der BRD	33
2.3.1 Tisch- und Taschenrechnerentwicklung in Westdeutschland	34
2.3.2 Zur Situation der Mathematikdidaktik	35
2.3.3 Stellungnahme der GDM zum Taschenrechnereinsatz	37
2.3.4 Schulwirklichkeit und Lehrerausbildung	37
2.4 Zusammenfassung	40
2.5 Numerische Mathematik im englischen Sprachraum	41
2.5.1 Grundlegende Ansätze	42
2.5.2 Näherungsrechnung im Mathematikunterricht	46
2.5.3 Weitere Bereiche für die Nutzung von Näherungswerten	50
2.5.4 Kopfrechnen	51
3 Begriffsbestimmung	55
3.1 Begriffsbestimmung und Einordnung in die Mathematik	55
3.1.1 Hauptaufgaben der Numerik	56
3.2 Anwendungsgebiete der Numerik – Allgemeiner Bereich	57

INHALTSVERZEICHNIS

3.3	Anwendungsgebiete der Numerik – Schulischer Bereich	59
3.3.1	Verständnisgewinn	59
3.3.2	Propädeutik	59
3.3.3	Heuristiken und Algorithmen	61
3.3.4	Heuristische Strategien	62
3.4	Numerische Mathematik in den Bildungsstandards und Kerneurricula Allgemeine Darstellung	65
3.4.1	Primarstufe	66
3.4.2	Sekundarstufe I	67
3.4.3	Vergleich mit den Rahmenrichtlinien Mathematik Niedersachsen	70
3.5	Aspekte der numerischen Mathematik	71
3.5.1	Kalkülaspekt	71
3.5.2	Algorithmischer Aspekt	72
3.5.3	Dynamischer Aspekt	72
3.5.4	Konstruktiver Aspekt	73
3.5.5	Diskretisierungsaspekt	73
3.5.6	Näherungsaspekt	73
3.5.7	Anwendungsaspekt – Modellierung	74
3.5.8	Gebrauchsaspekt	75
3.5.9	Theorieaspekt	76
3.5.10	Zusammenfassung	76
4	Modellierung	77
4.1	Zum allgemeinen Modellierungsprozess	77
4.1.1	Allgemeine Modelltheorie nach Stachowiak – ein Überblick	78
4.1.2	Was versteht die Mathematikdidaktik unter Modellierung? – Eine neuere Darstellung	81
4.2	Zur numerischen Modellierung	82
4.2.1	Das konzeptionelle Modell	82
4.2.2	Das mathematische Modell	82
4.2.3	Das numerische Modell	83
4.2.4	Zum Modellierungskreis	83
4.3	Ein Modellierungsbeispiel unter dem Aspekt der Intervallrechnung	84
4.3.1	Autoralyse – eine eingekleidete Aufgabe	85
4.3.2	Modellierung der Aufgabenstellung	86
4.3.3	Fachdidaktische Einordnung des Themas	90
4.3.4	Allgemeine Modellannahmen	97
5	Datenerfassung	99
5.1	Istzustand der Schülerleistungen bezüglich Überschlagsrechnung in West- und Ostdeutschland zu Beginn der 80er Jahre	99
5.1.1	Taschenrechner und Rechenfertigkeit – eine dreijährige Untersuchung in den Klassen 7 bis 9 in Westdeutschland	99
5.1.2	Eine Untersuchung zur Überschlagsrechnung aus Ostdeutschland	102

INHALTSVERZEICHNIS

5.2	Istzustand der Leistungen bezüglich Überschlagsrechnung im Raum Hildesheim im Jahr 2005/2006 – Ergebnisse einer empirischen Untersuchung	103
5.2.1	Eingliederung in vergangene und aktuelle Forschungsprojekte	103
5.2.2	Ziele · Vorgehensweise · Testmaterial	107
5.2.3	Datenanalyse und Auswertung	110
5.2.4	Zusammenfassung	119
5.3	Befragung der Lehrerinnen und Lehrer	120
5.3.1	Gütekriterien	120
5.3.2	Auswahl der Testfragen unter Berücksichtigung qualitativer Forschung	121
5.3.3	Schwierigkeiten der Testgestaltung	123
5.3.4	Auswertung und Interpretation der Daten	125
5.3.5	Zusammenfassung und offene Probleme	131
5.4	Eine Befragung von Studierenden der Universität Hildesheim zu den Vorstellungen über numerische Mathematik	132
5.5	Numerische Mathematik an deutschen Hochschulen und Universitäten · Stand 2005	135
6	Konstruktion	139
6.1	Zur konkreten Anwendung numerischer Mathematik in der Sekundarstufe	139
6.1.1	Auswahl möglicher Fehler bei numerischen Berechnungen	140
6.1.2	Zu Näherungswerten und Fehlern	148
6.1.3	Gültige, zuverlässige, wesentliche und unwesentliche Ziffern	151
6.1.4	Absoluter und relativer Fehler	155
6.1.5	Effekte der Fehlerfortpflanzung	164
6.1.6	Fehlerfortpflanzung bei komplizierteren Ausdrücken	182
6.1.7	Fehleranalyse mit Differentialrechnung	184
6.1.8	Näherungsweise Berechnungen einiger Funktionen	186
6.1.9	Iterative Verfahren	194
6.1.10	Wurzelziehen durch Grenzwertbildung	197
6.1.11	Intervallhalbierungsverfahren	207
6.1.12	Numerische Inäquivalenz von algebraischen Ausdrücken	210
6.1.13	Grundbegriffe der Intervallarithmetik	220
6.2	Zwei fachliche Grundlagen	223
	Ausblicke	225
	Literaturverzeichnis	229
	Abbildungsverzeichnis	245
	Tabellenverzeichnis	247
	Anhang	I