

# Inhaltsverzeichnis

<b>1 Einführung</b>	<b>11</b>
1.1 Von abgebrochenen Bäumen – eine Schulbuchaufgabe anstelle einer Einleitung . . . . .	11
1.1.1 Zur Problemstellung . . . . .	13
1.1.2 Zur Zielsetzung der Untersuchung . . . . .	16
1.1.3 Leitende Fragestellungen und Schwerpunkte der Arbeit . . . . .	17
<b>2 Retrospektive</b>	<b>19</b>
2.1 Kurzer historischer Überblick über die Entwicklung der numerischen Mathematik . . . . .	19
2.2 Der Einsatz des Taschenrechners im Zusammenhang mit der Diskussion von numerischen Ansätzen in der DDR . . . . .	23
2.2.1 Konsequenzen des VIII. Pädagogischen Kongresses . . . . .	23
2.2.2 Schulversuch zum Taschenrechnereinsatz . . . . .	24
2.2.3 Gründe für den Einsatz des SR 1 . . . . .	26
2.2.4 Heranführen der Schülerinnen und Schüler . . . . .	28
2.2.5 Didaktische Konsequenzen . . . . .	29
2.2.6 Gesellschaftlicher und wissenschaftstheoretischer Hintergrund von Lernzielen der numerischen Mathematik . . . . .	32
2.3 Der Einsatz des Taschenrechners im Zusammenhang mit der Diskussion von numerischen Ansätzen in der BRD . . . . .	33
2.3.1 Tisch- und Taschenrechnerentwicklung in Westdeutschland . . . . .	34
2.3.2 Zur Situation der Mathematikdidaktik . . . . .	35
2.3.3 Stellungnahme der GDM zum Taschenrechnereinsatz . . . . .	37
2.3.4 Schulwirklichkeit und Lehrerausbildung . . . . .	37
2.4 Zusammenfassung . . . . .	40
2.5 Numerische Mathematik im englischen Sprachraum . . . . .	41
2.5.1 Grundlegende Ansätze . . . . .	42
2.5.2 Näherungsrechnung im Mathematikunterricht . . . . .	46
2.5.3 Weitere Bereiche für die Nutzung von Näherungswerten . . . . .	50
2.5.4 Kopfrechnen . . . . .	51
<b>3 Begriffsbestimmung</b>	<b>55</b>
3.1 Begriffsbestimmung und Einordnung in die Mathematik . . . . .	55
3.1.1 Hauptaufgaben der Numerik . . . . .	56
3.2 Anwendungsgebiete der Numerik – Allgemeiner Bereich . . . . .	57

# INHALTSVERZEICHNIS

3.3	Anwendungsgebiete der Numerik – Schulischer Bereich . . . . .	59
3.3.1	Verständnisgewinn . . . . .	59
3.3.2	Propädeutik . . . . .	59
3.3.3	Heuristiken und Algorithmen . . . . .	61
3.3.4	Heuristische Strategien . . . . .	62
3.4	Numerische Mathematik in den Bildungsstandards und Kerneurricula Allgemeine Darstellung . . . . .	65
3.4.1	Primarstufe . . . . .	66
3.4.2	Sekundarstufe I . . . . .	67
3.4.3	Vergleich mit den Rahmenrichtlinien Mathematik Niedersachsen . . . . .	70
3.5	Aspekte der numerischen Mathematik . . . . .	71
3.5.1	Kalkülaspekt . . . . .	71
3.5.2	Algorithmischer Aspekt . . . . .	72
3.5.3	Dynamischer Aspekt . . . . .	72
3.5.4	Konstruktiver Aspekt . . . . .	73
3.5.5	Diskretisierungsaspekt . . . . .	73
3.5.6	Näherungsaspekt . . . . .	73
3.5.7	Anwendungsaspekt – Modellierung . . . . .	74
3.5.8	Gebrauchsaspekt . . . . .	75
3.5.9	Theorieaspekt . . . . .	76
3.5.10	Zusammenfassung . . . . .	76
4	<b>Modellierung</b> . . . . .	<b>77</b>
4.1	Zum allgemeinen Modellierungsprozess . . . . .	77
4.1.1	Allgemeine Modelltheorie nach Stachowiak – ein Überblick . . . . .	78
4.1.2	Was versteht die Mathematikdidaktik unter Modellierung? – Eine neuere Darstellung . . . . .	81
4.2	Zur numerischen Modellierung . . . . .	82
4.2.1	Das konzeptionelle Modell . . . . .	82
4.2.2	Das mathematische Modell . . . . .	82
4.2.3	Das numerische Modell . . . . .	83
4.2.4	Zum Modellierungskreis . . . . .	83
4.3	Ein Modellierungsbeispiel unter dem Aspekt der Intervallrechnung . . . . .	84
4.3.1	Autoralyse – eine eingekleidete Aufgabe . . . . .	85
4.3.2	Modellierung der Aufgabenstellung . . . . .	86
4.3.3	Fachdidaktische Einordnung des Themas . . . . .	90
4.3.4	Allgemeine Modellannahmen . . . . .	97
5	<b>Datenerfassung</b> . . . . .	<b>99</b>
5.1	Istzustand der Schülerleistungen bezüglich Überschlagsrechnung in West- und Ostdeutschland zu Beginn der 80er Jahre . . . . .	99
5.1.1	Taschenrechner und Rechenfertigkeit – eine dreijährige Untersuchung in den Klassen 7 bis 9 in Westdeutschland . . . . .	99
5.1.2	Eine Untersuchung zur Überschlagsrechnung aus Ostdeutschland . . . . .	102

# INHALTSVERZEICHNIS

5.2	Istzustand der Leistungen bezüglich Überschlagsrechnung im Raum Hildesheim im Jahr 2005/2006 – Ergebnisse einer empirischen Untersuchung	103
5.2.1	Eingliederung in vergangene und aktuelle Forschungsprojekte . . .	103
5.2.2	Ziele · Vorgehensweise - Testmaterial . . . . .	107
5.2.3	Datenanalyse und Auswertung . . . . .	110
5.2.4	Zusammenfassung . . . . .	119
5.3	Befragung der Lehrerinnen und Lehrer . . . . .	120
5.3.1	Gütekriterien . . . . .	120
5.3.2	Auswahl der Testfragen unter Berücksichtigung qualitativer Forschung . . . . .	121
5.3.3	Schwierigkeiten der Testgestaltung . . . . .	123
5.3.4	Auswertung und Interpretation der Daten . . . . .	125
5.3.5	Zusammenfassung und offene Probleme . . . . .	131
5.4	Eine Befragung von Studierenden der Universität Hildesheim zu den Vorstellungen über numerische Mathematik . . . . .	132
5.5	Numerische Mathematik an deutschen Hochschulen und Universitäten · Stand 2005 . . . . .	135
<b>6</b>	<b>Konstruktion</b>	<b>139</b>
6.1	Zur konkreten Anwendung numerischer Mathematik in der Sekundarstufe	139
6.1.1	Auswahl möglicher Fehler bei numerischen Berechnungen . . . . .	140
6.1.2	Zu Näherungswerten und Fehlern . . . . .	148
6.1.3	Gültige, zuverlässige, wesentliche und unwesentliche Ziffern . . . . .	151
6.1.4	Absoluter und relativer Fehler . . . . .	155
6.1.5	Effekte der Fehlerfortpflanzung . . . . .	164
6.1.6	Fehlerfortpflanzung bei komplizierteren Ausdrücken . . . . .	182
6.1.7	Fehleranalyse mit Differentialrechnung . . . . .	184
6.1.8	Näherungsweise Berechnungen einiger Funktionen . . . . .	186
6.1.9	Iterative Verfahren . . . . .	194
6.1.10	Wurzelziehen durch Grenzwertbildung . . . . .	197
6.1.11	Intervallhalbierungsverfahren . . . . .	207
6.1.12	Numerische Inäquivalenz von algebraischen Ausdrücken . . . . .	210
6.1.13	Grundbegriffe der Intervallarithmetik . . . . .	220
6.2	Zwei fachliche Grundlagen . . . . .	223
	<b>Ausblicke</b>	<b>225</b>
	<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>229</b>
	<b>Abbildungsverzeichnis</b>	<b>245</b>
	<b>Tabellenverzeichnis</b>	<b>247</b>
	<b>Anhang</b>	<b>I</b>