

# Inhaltsverzeichnis

<i>Vorwort</i> .....	5
<i>Zusammenfassung</i> .....	7
<i>Abstract</i> .....	9
<i>Einleitung – Das Kongruenzproblem</i> .....	13
<i>Kapitel 1: Der antike Kongruenzbegriff bei Euklid</i> .....	19
<i>Kapitel 2: Die Bewegung eines starren Körpers</i> .....	37
2.1 Die Beschreibung der Bewegung eines starren Körpers durch Leonhard Euler .....	38
2.2 Die geometrische Interpretation der Schraubenbewegung durch Michel Chasles.....	48
2.3 Die Hintereinanderausführung von Bewegungen bei Olinde Rodrigues .....	52
<i>Kapitel 3: Der geometrische Symmetriebegriff und seine Wurzeln</i> .....	77
3.1 Eine kleine Geschichte des Symmetriebegriffs.....	77
3.1.1 Der antike Symmetriebegriff.....	78
3.1.2 Der Symmetriebegriff in Kunst und Architektur des 17. und 18. Jahrhundert .....	80
3.2 Wissenschaftliche Symmetriekonzepte um die Jahrhundertwende .....	84
3.2.1 Der Symmetriebegriff in der Philosophie Immanuel Kants .....	84
3.2.2 Der geometrische Symmetriebegriff bei Adrien-Marie Legendre .....	85
3.2.3 Das Gesetz der Symmetrie bei René-Just Haüy .....	94
3.3 Christian Samuel Weiß und die sieben Kristallssysteme.....	105
3.3.1 Die dynamistische Deutung des Materieaufbaus .....	105
3.3.2 Die Darstellung der sieben Kristallssysteme durch Christian Samuel Weiß.....	107
3.4 Kristallklassen – die makroskopische Kristallsymmetrie .....	117
3.4.1 Frankenheims Ableitung der 32 Kristallklassen .....	117
3.4.2 Die Entdeckung der 32 Kristallklassen durch J. F. C. Hessel.....	124
3.5 Untersuchung symmetrischer Polyeder durch A. Bravais und A.F. Möbius .....	143
3.5.1 Der Begriff symmetrischer Polyeder bei Bravais .....	143
3.5.2 A. F. Möbius Theorie der symmetrischen Figuren .....	152
3.6 Kurzer Überblick über die Untersuchung der Raumgittersymmetrien .....	162
<i>Kapitel 4: Das Konzept der freien Beweglichkeit</i> .....	167
4.1 Wolfgang Bolyai und die drei „primitiven Bewegungsarten“ .....	169
4.2 Friedrich Ueberweg und die Geometrie als Naturwissenschaft .....	179
4.3 Hermann von Helmholtz und die Tatsachen, die der Geometrie zugrunde liegen .....	186
4.4 Guillaume-Jules Hoüel und sein «Essai critique».....	197
4.5 Riccardo de Paolis und die “Fusion” von Planimetrie und Stereometrie.....	205
4.6 Torsten Brodén und die Geometrie als logisches System .....	209
4.7 Das Kongruenzproblem und das Konzept der freien Beweglichkeit.....	218

<b>Kapitel 5: Die gruppentheoretische Beschreibung von Bewegungen</b>	<b>223</b>
5.1 August Ferdinand Möbius und die geometrischen Verwandtschaften.....	223
5.2 Felix Klein und seine vergleichenden Betrachtungen über neuere geometrische Forschungen .....	234
5.3 Hermann Wiener und die Geometrie von Spiegelungen.....	244
<b>Kapitel 6: Die axiomatische Charakterisierung von Bewegungen</b> .....	<b>263</b>
6.1 Giuseppe Peano und die Bewegung als primitiver Grundbegriff .....	263
6.2 Mario Pieri und die Geometrie als hypothetisch-deduktives System .....	273
6.3 Friedrich Schur und die Grundlagen der Geometrie .....	286
6.3.1 Ein spiegelungsgeometrischer Beweis des Pascalschen Satzes .....	287
6.3.2 Eine Einführung des Kongruenzbegriffes auf der Grundlage von Bewegungspostulaten .....	300
<b>Kapitel 7: Zusammenfassung der historischen Entwicklung.....</b>	<b>317</b>
<b>Kapitel 8: Die Rolle des Bewegungsbegriffs im geometrischen Schulunterricht des 19. Jahrhunderts</b> .....	<b>327</b>
8.1 Strukturelle Rahmenbedingungen des mathematischen Unterrichts in Preußen im 19. Jahrhundert.....	327
8.2 Diskussion der Unterrichtsdidaktik und -methodik in der zweiten Hälfte des 19. Jahrhunderts .....	335
8.3 Die Rolle des Abbildungsbegriffs der Planimetrie in den gebräuchlichen Lehrbüchern und Leitfäden.....	337
8.4 Die Diskussion in der ZMNU in den Jahren 1870-1900.....	346
8.5 Lehrbücher der „neueren Geometrie“ .....	349
8.5.1 Hubert Müllers „Leitfaden der ebenen Geometrie“ .....	350
8.5.2 Julius Henricis & Peter Treutleins „Lehrbuch der Elementar-Geometrie“ .....	357
8.6 Zusammenfassung .....	362
8.7 Ausblick .....	363
<b>Anmerkungen</b>	<b>367</b>
<b>Literatur</b>	<b>527</b>
<b>Abbildungen</b>	<b>553</b>