

Inhaltsverzeichnis

Vorwort	vii
1 Mengen und Abbildungen	1
1.1 Mengen	1
1.2 Abbildungen	8
1.3 Binomialkoeffizienten; elementare Abzählungen	13
2 Vektorräume	21
2.1 Gruppen	21
2.2 Ringe und Körper	34
2.3 Das RSA-Verfahren in der Kryptographie	40
2.4 Der komplexe Zahlkörper	43
2.5 Endliche Körper	50
2.6 Vektorräume und Unterräume	54
2.7 Lineare Abhängigkeit, Basen, Dimension	60
2.8 Rekursionsgleichungen	73
2.9 Der Faktorraum	81
3 Lineare Abbildungen und Matrizen	84
3.1 Lineare Abbildungen	84
3.2 Das Rechnen mit linearen Abbildungen	92
3.3 Matrizen	101
3.4 Anwendung: Stochastische Prozesse mit absorbierenden Zuständen	118
3.5 Die Spur	138
3.6 Projektionen und direkte Zerlegungen	142
3.7 Anwendung: Grundbegriffe der Codierungstheorie	149
3.8 Elementare Umformungen	167
3.9 Lineare Gleichungen	175

4	Determinanten	184
4.1	Gruppenhomomorphismen, Normalteiler, Faktorgruppen	184
4.2	Permutationen und Signum	189
4.3	Determinanten	196
4.4	Erzeugung von $GL(V)$ und eine Charakterisierung der Deter- minante	215
4.5	Die Grassmann-Algebra	222
5	Normalformen von Matrizen	232
5.1	Polynome und ihre Nullstellen	232
5.2	Ringe und Ideale	245
5.3	Arithmetik in Integritätsbereichen	255
5.4	Charakteristisches Polynom und Eigenwerte	270
5.5	Minimalpolynom und Diagonalisierbarkeit	286
5.6	Moduln über Hauptidealringen	296
5.7	Die Jordansche Normalform	309
6	Normierte Vektorräume und Algebren	317
6.1	Normierte Vektorräume	317
6.2	Normierte Algebren	329
6.3	Nichtnegative Matrizen	344
6.4	Die Exponentialfunktion von Matrizen	354
6.5	Anwendung: Irreduzible stochastische Prozesse	362
7	Vektorräume mit Skalarprodukt	380
7.1	Skalarprodukte und Orthogonalität	380
7.2	Orthogonale Zerlegungen	398
7.3	Die Sätze von Witt	401
7.4	Anwendung: Duale Codes	418
7.5	Minkowskiraum und Lorentzgruppe	434
7.6	Anwendung: Spezielle Relativitätstheorie	444
8	Hilberträume und ihre Abbildungen	451
8.1	Endlichdimensionale Hilberträume	451
8.2	Adjungierte Abbildungen	464
8.3	Hermitesche Abbildungen	475
8.4	Eigenwertabschätzungen	496
8.5	Anwendung: Lineare Schwingungen ohne Reibung	502
8.6	Anwendung: Lineare Schwingungen mit Reibung	518

Inhaltsverzeichnis	xv
9 Euklidische Vektorräume und orthogonale Abbildungen	532
9.1 Orthogonale Abbildungen euklidischer Vektorräume	532
9.2 Liealgebra und vektorielles Produkt	545
9.3 Quaternionen und die Gruppen $SO(3)$ und $SO(4)$	557
9.4 Endliche Untergruppen von $SO(3)$	569
Lösungen zu ausgewählten Aufgaben	579
Literatur	607
Namenverzeichnis	609
Symbolverzeichnis	611
Index	612