

Inhaltsverzeichnis

1	Funktionalanalytische Grundlagen	1
1.1	Einführung	2
1.1.1	Metrischer Raum	3
1.1.2	Normierter Raum und Banach-Raum	7
1.1.3	Skalarproduktraum und Hilbert-Raum	9
1.1.4	Orthogonalreihen in Hilbert-Räumen	13
1.2	Lineare Operatoren	17
1.2.1	Bezeichnungen und Begriffe	18
1.2.2	Lineare stetige Operatoren	23
1.2.3	Adjungierte Operatoren	29
1.2.4	Direkte Summe und Projektoren	33
1.2.5	Fredholm-Operatoren	36
1.2.6	Kompakte Operatoren	41
1.3	Fréchet- und Gâteaux-Ableitung	54
1.4	Nemytski-Operator	58
1.5	Implizites Funktionentheorem	59
1.6	Aufgaben	61
2	Gewöhnliche Differenzialgleichungen (DGL)	67
2.1	Einführende Beispiele	68
2.2	Geometrische Interpretation einer DGL	72
2.3	Existenz- und Eindeutigkeitsätze	73
2.4	Lineare DGL-Systeme 1. Ordnung	83
2.5	Lineare DGL-Systeme 1. Ordnung mit konstanten Koeffizienten	89
2.6	Autonome Systeme	98
2.6.1	Allgemeine Aussagen	98
2.6.2	Kritische Punkte	104
2.7	Hilfsmittel zur Konstruktion von Phasenportraits	107
2.7.1	Stabilität linearer Systeme	107
2.7.2	Linearisierung nichtlinearer DGL-Systeme	111
2.7.3	Das Hartman-Grobman-Theorem	112
2.8	Aufgaben	122
3	Bifurkation bei gewöhnlichen DGL	127
3.1	Strukturelle Stabilität	128
3.2	Einige typische Bifurkationen	133
3.2.1	Sattel-Knoten Bifurkation	134
3.2.2	Transkritische Bifurkation	136
3.2.3	Die Pitchfork-Bifurkation	138
3.2.4	Die Hopf-Bifurkation	140

3.2.5	Zusammenfassung der Bifurkationstypen	146
3.3	Aufgaben	148
4	Analytische Bifurkationstheorie	151
4.1	Bifurkationsgleichung von Ljapunov-Schmidt	152
4.1.1	Herleitung einer Bifurkationsgleichung	153
4.1.2	Lösen der Bifurkationsgleichung	164
4.2	Anwendungsbeispiele	177
4.3	Die Hopf-Bifurkation	211
4.3.1	Abstraktes Hopf-Bifurkationstheorem	211
4.3.2	Nichtlineare Schwingungen in autonomen Systemen	214
4.4	Aufgaben	224
5	Numerik der Gleichgewichtslösungen	227
5.1	Berechnung von Gleichgewichtslösungen	228
5.1.1	Newton-Verfahren	229
5.1.2	Vereinfachte Newton-Verfahren	235
5.1.3	Newton-Verfahren mit Differenzenquotienten	238
5.1.4	Gedämpfte Newton-Verfahren und globale Konvergenz	240
5.2	Parametrisierung von Lösungskurven und Fortsetzungsmethoden	243
5.2.1	Natürliche Parametrisierung	244
5.2.2	Bogenlängen-Parametrisierung	253
5.2.3	Gauß-Newton-Fortsetzung	259
5.2.4	Fortsetzung mehrdimensionaler Mannigfaltigkeiten	264
5.2.5	Fortsetzung mit Ableitungsprädiktoren	268
5.3	Stabilitäts- und Bifurkationsanalyse	273
5.3.1	Stabilitätsanalyse	273
5.3.2	Detektierung lokaler Bifurkationen	275
5.4	Aufgaben	283
6	Numerik periodischer Lösungen	287
6.1	Periodisch erregte Systeme	289
6.1.1	Einfaches Schießverfahren	290
6.1.2	Stabilitätsanalyse	296
6.1.3	Mehrfach-Schießverfahren	301
6.2	Autonome Systeme	306
6.2.1	Einfaches Schießverfahren	306
6.2.2	Phasenbedingungen	309
6.2.3	Technische Realisierung des Schießverfahrens	312
6.2.4	Stabilitätsanalyse	315
6.3	Die Poincaré-Abbildung	318
6.3.1	Definition und Eigenschaften	318
6.3.2	Ableitung der Poincaré-Abbildung	322

6.3.3	Numerische Approximation der Poincaré-Abbildung	324
6.4	Lösungsfortsetzung und Bifurkationsanalyse	327
6.4.1	Numerische Fortsetzung und Stabilitätsanalyse	328
6.4.2	Bifurkationen periodischer Orbits	333
6.4.3	Detektierung lokaler Bifurkationen	343
6.4.4	Anwendung bei nichtlinearen energetischen Systemen	348
6.5	Aufgaben	358
7	Quasi-periodische Lösungen und invariante Tori	363
7.1	Quasi-periodische Funktionen	364
7.1.1	Torusfunktionen	364
7.1.2	Quasi-periodische Bewegungen	371
7.1.3	Transformation in Toruskoordinaten	374
7.2	Parametrisierung invarianter Tori	380
7.2.1	Eine Invarianzgleichung für invariante Tori	381
7.2.2	Basisdiskretisierungen von 2-Tori	386
7.2.3	Ein parametrisch erregtes elektrisches Netzwerk	394
7.3	Quasi-periodische invariante Tori	399
7.3.1	Eine spezielle Invarianzgleichung für p -Tori	399
7.3.2	Semidiskretisierung von 2-Tori	405
7.3.3	Volldiskretisierung mit Fourier-Galerkin-Methode	412
7.4	Aufgaben	420
	Literaturverzeichnis	423
	Symbolverzeichnis	429
	Index	431