

Inhaltsverzeichnis

| | |
|---|-----------|
| 1 Die Maxwell'schen Gleichungen | 1 |
| 1.1 Einleitung | 1 |
| 1.2 Der Begriff der Ladung und das Coulombsche Gesetz | 2 |
| 1.3 Die elektrische Feldstärke E und die dielektrische Verschiebung D | 4 |
| 1.4 Der elektrische Fluß | 5 |
| 1.5 Die Divergenz eines Vektorfeldes und der Gaußsche Integralsatz | 9 |
| 1.6 Arbeit im elektrischen Feld | 12 |
| 1.7 Die Rotation eines Vektorfeldes und der Stokessche Integralsatz | 15 |
| 1.8 Potential und Spannung | 20 |
| 1.9 Elektrischer Strom und Magnetfeld: Das Durchflutungsgesetz | 24 |
| 1.10 Das Prinzip der Ladungserhaltung und die 1. Maxwell'sche Gleichung | 28 |
| 1.11 Das Induktionsgesetz | 32 |
| 1.12 Die Maxwell'schen Gleichungen | 33 |
| 1.13 Das Maßsystem | 37 |
| 2 Die Grundlagen der Elektrostatik | 43 |
| 2.1 Grundlegende Beziehungen | 43 |
| 2.2 Feldstärke und Potential für gegebene Ladungsverteilungen | 44 |
| 2.3 Spezielle Ladungsverteilungen | 47 |
| 2.3.1 Eindimensionale, ebene Ladungsverteilungen | 47 |
| 2.3.2 Kugelsymmetrische Verteilungen | 48 |
| 2.3.3 Zylindersymmetrische Verteilungen | 51 |
| 2.4 Das Feld von zwei Punktladungen | 54 |
| 2.5 Ideale Dipole | 60 |
| 2.5.1 Der ideale Dipol und sein Potential | 60 |
| 2.5.2 Volumenverteilungen von Dipolen | 62 |
| 2.5.3 Flächenverteilungen von Dipolen (Doppelschichten) | 65 |
| 2.5.4 Liniendipole | 71 |
| 2.6 Das Verhalten eines Leiters im elektrischen Feld | 73 |
| 2.6.1 Metallkugel im Feld einer Punktladung | 75 |
| 2.6.2 Metallkugel im homogenen elektrischen Feld | 78 |
| 2.6.3 Metallzylinder im Feld einer Linienladung | 81 |
| 2.7 Der Kondensator | 82 |
| 2.8 E und D im Dielektrikum | 85 |
| 2.9 Der Kondensator mit Dielektrikum | 89 |
| 2.10 Randbedingungen für E und D und die Brechung von Kraftlinien | 91 |

| | | |
|----------|--|------------|
| 2.11 | Die Punktladung in einem Dielektrikum | 95 |
| 2.11.1 | Homogenes Dielektrikum | 95 |
| 2.11.2 | Ebene Grenzfläche zwischen zwei Dielektrika | 96 |
| 2.12 | Dielektrische Kugel im homogenen elektrischen Feld | 98 |
| 2.12.1 | Das Feld einer homogen polarisierten Kugel | 98 |
| 2.12.2 | Äußeres homogenes Feld als Ursache der Polarisation | 101 |
| 2.12.3 | Dielektrische Kugel (ϵ_j) und dielektrischer Außenraum (ϵ_a) | 102 |
| 2.12.4 | Verallgemeinerung: Ellipsoide | 105 |
| 2.13 | Der Polarisationsstrom | 107 |
| 2.14 | Der Energiesatz | 109 |
| 2.14.1 | Der Energiesatz in allgemeiner Formulierung | 109 |
| 2.14.2 | Die elektrostatische Energie | 112 |
| 2.15 | Kräfte im elektrischen Feld | 115 |
| 2.15.1 | Kräfte auf die Platten eines Kondensators | 115 |
| 2.15.2 | Kondensator mit zwei Dielektrika | 116 |
| 3 | Die formalen Methoden der Elektrostatik | 118 |
| 3.1 | Koordinatentransformation | 118 |
| 3.2 | Vektoranalysis für krummlinige, orthogonale Koordinaten | 122 |
| 3.2.1 | Der Gradient | 122 |
| 3.2.2 | Die Divergenz | 122 |
| 3.2.3 | Der Laplace-Operator | 123 |
| 3.2.4 | Die Rotation | 124 |
| 3.3 | Einige wichtige Koordinatensysteme | 126 |
| 3.3.1 | Kartesische Koordinaten | 126 |
| 3.3.2 | Zylinderkoordinaten | 126 |
| 3.3.3 | Kugelkoordinaten | 128 |
| 3.4 | Einige Eigenschaften der Poissonschen und der Laplaceschen Gleichung (Potentialtheorie) | 129 |
| 3.4.1 | Die Problemstellung | 129 |
| 3.4.2 | Die Greenschen Sätze | 129 |
| 3.4.3 | Der Eindeutigkeitsbeweis | 131 |
| 3.4.4 | Modelle | 133 |
| 3.4.5 | Die Diracsche δ -Funktion | 133 |
| 3.4.6 | Punktladung und δ -Funktion | 136 |
| 3.4.7 | Das Potential in einem begrenzten Gebiet | 137 |
| 3.5 | Separation der Laplaceschen Gleichung in kartesischen Koordinaten | 140 |
| 3.5.1 | Die Separation | 140 |
| 3.5.2 | Beispiele | 143 |
| 3.5.2.1 | Ein Dirichletsches Randwertproblem ohne Ladungen im Gebiet | 143 |
| 3.5.2.2 | Dirichletsches Randwertproblem mit Ladungen im Gebiet | 148 |
| 3.5.2.3 | Punktladung im unendlich ausgedehnten Raum | 154 |
| 3.5.2.4 | Anhang zum Abschnitt 3.5: Fourier-Reihen und Fourier-Integrale | 156 |
| 3.6 | Vollständige orthogonale Systeme von Funktionen | 161 |
| 3.7 | Separation der Laplaceschen Gleichung in Zylinderkoordinaten | 167 |
| 3.7.1 | Die Separation | 167 |
| 3.7.2 | Einige Eigenschaften von Zylinderfunktionen | 169 |

| | | |
|----------|---|------------|
| 3.7.3 | Beispiele | 173 |
| 3.7.3.1 | Zylinder mit Flächenladungen | 173 |
| 3.7.3.2 | Punktladung auf der Achse eines dielektrischen Zylinders | 177 |
| 3.7.3.3 | Ein Dirichletsches Randwertproblem und die Fourier-Bessel-Reihen | 179 |
| 3.7.3.4 | Rotationssymmetrische Flächenladungen in der Ebene $z = 0$ und die Hankel-Transformation | 183 |
| 3.7.3.5 | Nichtrotationssymmetrische Ladungsverteilungen | 186 |
| 3.8 | Separation der Laplaceschen Gleichung in Kugelkoordinaten | 191 |
| 3.8.1 | Die Separation | 191 |
| 3.8.2 | Beispiele | 195 |
| 3.8.2.1 | Dielektrische Kugel im homogenen elektrischen Feld | 195 |
| 3.8.2.2 | Kugel mit beliebiger Oberflächenladung | 197 |
| 3.8.2.3 | Das Dirichletsche Randwertproblem der Kugel | 201 |
| 3.9 | Vielleitersysteme | 203 |
| 3.10 | Ebene elektrostatische Probleme und die Stromfunktion | 208 |
| 3.11 | Analytische Funktionen und konforme Abbildungen | 212 |
| 3.12 | Das komplexe Potential | 219 |
| 4 | Das stationäre Strömungsfeld | 235 |
| 4.1 | Die grundlegenden Gleichungen | 235 |
| 4.2 | Die Relaxationszeit | 239 |
| 4.3 | Die Randbedingungen | 240 |
| 4.4 | Die formale Analogie zwischen \mathbf{D} und \mathbf{g} | 245 |
| 4.5 | Einige Strömungsfelder | 246 |
| 4.5.1 | Die punktförmige Quelle im Raum | 246 |
| 4.5.2 | Linienquellen | 249 |
| 4.5.3 | Ein gemischtes Randwertproblem | 251 |
| 5 | Die Grundlagen der Magnetostatik | 259 |
| 5.1 | Grundgleichungen | 259 |
| 5.2 | Einige Magnetfelder | 269 |
| 5.2.1 | Das Feld eines geradlinigen, konzentrierten Stromes | 269 |
| 5.2.2 | Das Feld rotationssymmetrischer Stromverteilungen in zylindrischen Leitern | 276 |
| 5.2.3 | Das Feld einfacher Spulen | 277 |
| 5.2.4 | Das Feld eines Kreisstromes und der magnetische Dipol | 279 |
| 5.2.5 | Das Feld einer beliebigen Stromschleife | 286 |
| 5.2.6 | Das Feld ebener Leiterschleifen in der Schleifenebene | 289 |
| 5.3 | Der Begriff der Magnetisierung | 291 |
| 5.4 | Kraftwirkungen auf Dipole in Magnetfeldern | 297 |
| 5.5 | \mathbf{B} und \mathbf{H} in magnetisierbaren Medien | 298 |
| 5.6 | Der Ferromagnetismus | 304 |
| 5.7 | Randbedingungen für \mathbf{B} und \mathbf{H} und die Brechung magnetischer Kraftlinien | 310 |
| 5.8 | Platte, Kugel und Hohlkugel im homogenen Magnetfeld | 313 |
| 5.8.1 | Die ebene Platte | 313 |
| 5.8.2 | Die Kugel | 314 |
| 5.8.3 | Die Hohlkugel | 317 |
| 5.9 | Spiegelung an der Ebene | 319 |

| | | |
|----------|---|------------|
| 5.10 | Ebene Probleme | 327 |
| 5.11 | Zylindrische Randwertprobleme | 328 |
| 5.11.1 | Separation | 328 |
| 5.11.2 | Die Struktur rotations-symmetrischer Magnetfelder | 330 |
| 5.11.3 | Beispiele | 332 |
| 5.11.3.1 | Zylinder mit azimutalen Flächenströmen | 332 |
| 5.11.3.2 | Azimutale Flächenströme in der x-y-Ebene | 335 |
| 5.11.3.3 | Ringstrom und magnetisierbarer Zylinder | 337 |
| 5.12 | Magnetische Energie, magnetischer Fluß und Induktivitätskoeffizienten | 341 |
| 5.12.1 | Die magnetische Energie | 341 |
| 5.12.2 | Der magnetische Fluß | 345 |
| 6 | Zeitabhängige Probleme I (Quasistationäre Näherung) | 349 |
| 6.1 | Das Induktionsgesetz | 349 |
| 6.1.1 | Induktion durch zeitliche Veränderung von B | 349 |
| 6.1.2 | Induktion durch Bewegung des Leiters | 350 |
| 6.1.3 | Induktion durch gleichzeitige Änderung von B und Bewegung des Leiters | 353 |
| 6.1.4 | Die Unipolarmaschine | 355 |
| 6.1.5 | Der Versuch von Hering | 357 |
| 6.2 | Die Diffusion von elektromagnetischen Feldern | 359 |
| 6.2.1 | Die Gleichungen für E , g , B und A | 359 |
| 6.2.2 | Der physikalische Inhalt der Gleichungen | 360 |
| 6.2.3 | Abschätzungen und Ähnlichkeitsgesetze | 364 |
| 6.3 | Die Laplace-Transformation | 367 |
| 6.4 | Felddiffusion im beiderseits unendlichen Raum | 371 |
| 6.5 | Felddiffusion im Halbraum | 376 |
| 6.5.1 | Allgemeine Lösung | 376 |
| 6.5.2 | Die Diffusion des Feldes von der Oberfläche ins Innere des Halbraumes (Einfluß der Randbedingung) | 378 |
| 6.5.3 | Die Diffusion des Anfangsfeldes im Halbraum (Einfluß der Anfangsbedingung) | 382 |
| 6.5.4 | Periodisches Feld und Skineffekt | 384 |
| 6.6 | Felddiffusion in der ebenen Platte | 389 |
| 6.6.1 | Allgemeine Lösung | 389 |
| 6.6.2 | Die Diffusion des Anfangsfeldes (Einfluß der Anfangsbedingung) | 390 |
| 6.6.3 | Der Einfluß der Randbedingungen | 393 |
| 6.7 | Das zylindrische Diffusionsproblem | 398 |
| 6.7.1 | Die Grundgleichungen | 398 |
| 6.7.2 | Das longitudinale Feld B_z | 399 |
| 6.7.3 | Das azimutale Feld B_φ | 404 |
| 6.7.4 | Der Skineffekt im zylindrischen Draht | 407 |
| 6.8 | Grenzen der quasistationären Theorie | 411 |
| 7 | Zeitabhängige Probleme II (Elektromagnetische Wellen) | 413 |
| 7.1 | Die Wellengleichungen und ihre einfachsten Lösungen | 413 |
| 7.1.1 | Die Wellengleichungen | 413 |
| 7.1.2 | Der einfachste Fall: Ebene Wellen im Isolator | 414 |

| | | |
|--------|--|-----|
| 7.1.3 | Harmonische ebene Wellen | 419 |
| 7.1.4 | Elliptische Polarisierung | 423 |
| 7.1.5 | Stehende Wellen | 425 |
| 7.1.6 | TE- und TM-Wellen | 426 |
| 7.1.7 | Energiedichte in und Energietransport durch Wellen | 430 |
| 7.2 | Ebene Wellen in einem leitfähigen Medium | 431 |
| 7.2.1 | Wellengleichungen und Dispersionsbeziehung | 431 |
| 7.2.2 | Der Vorgang ist harmonisch im Raum | 433 |
| 7.2.3 | Der Vorgang ist harmonisch in der Zeit | 435 |
| 7.3 | Reflexion und Brechung von Wellen | 439 |
| 7.3.1 | Reflexion und Brechung bei Isolatoren | 439 |
| 7.3.2 | Die Fresnelschen Beziehungen für Isolatoren | 441 |
| 7.3.3 | Nichtmagnetische Medien | 444 |
| 7.3.4 | Totalreflexion | 447 |
| 7.3.5 | Reflexion an einem leitfähigen Medium | 449 |
| 7.4 | Die Potentiale und ihre Wellengleichungen | 450 |
| 7.4.1 | Die inhomogenen Wellengleichungen für \mathbf{A} und ϕ | 450 |
| 7.4.2 | Die Lösung der inhomogenen Wellengleichungen (Retardierung) | 454 |
| 7.4.3 | Der elektrische Hertzsche Vektor | 456 |
| 7.4.4 | Vektorpotential für \mathbf{D} und magnetischer Hertzscher Vektor | 457 |
| 7.4.5 | Hertzsche Vektoren und Dipolmomente | 459 |
| 7.4.6 | Hertzsche Vektoren für homogene leitfähige Medien ohne Raumladungen | 462 |
| 7.5 | Der Hertzsche Dipol | 464 |
| 7.5.1 | Die Felder des schwingenden Dipols | 464 |
| 7.5.2 | Das Fernfeld und die Strahlungsleistung | 470 |
| 7.6 | Die Rahmenantenne | 473 |
| 7.7 | Wellen in zylindrischen Hohlleitern | 476 |
| 7.7.1 | Grundgleichungen | 476 |
| 7.7.2 | TM-Wellen | 479 |
| 7.7.3 | TE-Wellen | 480 |
| 7.7.4 | TEM-Wellen | 481 |
| 7.8 | Der Rechteckhohlleiter | 486 |
| 7.8.1 | Die Separation | 486 |
| 7.8.2 | TM-Wellen im Rechteckhohlleiter | 487 |
| 7.8.3 | TE-Wellen im Rechteckhohlleiter | 489 |
| 7.8.4 | TEM-Wellen | 491 |
| 7.9 | Rechteckige Hohlraumresonatoren | 492 |
| 7.10 | Der kreiszylindrische Hohlleiter | 496 |
| 7.10.1 | Die Separation | 496 |
| 7.10.2 | TM-Wellen im kreiszylindrischen Hohlleiter | 498 |
| 7.10.3 | TE-Wellen im kreiszylindrischen Hohlleiter | 500 |
| 7.10.4 | Das Koaxialkabel | 502 |
| 7.10.5 | Die Telegraphengleichung | 504 |
| 7.11 | Das Problem des Hohlleiters als Variationsproblem | 506 |
| 7.12 | Rand- und Anfangswertprobleme | 509 |
| 7.12.1 | Das Anfangswertproblem des unendlichen, homogenen Raumes | 510 |
| 7.12.2 | Das Randwertproblem des Halbraumes | 514 |

| | |
|--|------------|
| 8 Numerische Methoden | 517 |
| 8.1 Einleitung | 517 |
| 8.2 Potentialtheoretische Grundlagen | 518 |
| 8.2.1 Randwertprobleme und Integralgleichungen | 518 |
| 8.2.2 Beispiele | 521 |
| 8.2.2.1 Das eindimensionale Problem | 521 |
| 8.2.2.2 Das Dirichletsche Randwertproblem der Kugel | 524 |
| 8.2.3 Die Mittelwertsätze der Potentialtheorie | 527 |
| 8.3 Randwertprobleme als Variationsprobleme | 528 |
| 8.3.1 Variationsintegrale und Eulersche Gleichungen | 528 |
| 8.3.2 Beispiele | 532 |
| 8.3.2.1 Poisson-Gleichung | 532 |
| 8.3.2.2 Helmholtz-Gleichung | 536 |
| 8.4 Die Methode der gewichteten Residuen | 540 |
| 8.4.1 Die Kollokationsmethode | 541 |
| 8.4.2 Die Methode der Teilgebiete | 543 |
| 8.4.3 Die Momentenmethode | 544 |
| 8.4.4 Die Methode der kleinsten Fehlerquadrate | 544 |
| 8.4.5 Die Galerkin-Methode | 545 |
| 8.5 Random-Walk-Prozesse | 548 |
| 8.6 Die Methode der finiten Differenzen | 552 |
| 8.6.1 Die grundlegenden Beziehungen | 552 |
| 8.6.2 Ein Beispiel | 557 |
| 8.7 Die Methode der finiten Elemente | 561 |
| 8.8 Die Methode der Randelemente | 568 |
| 8.9 Ersatzladungsmethoden | 573 |
| 8.10 Die Monte-Carlo-Methode | 575 |
| Anhänge | 581 |
| A.1 Elektromagnetische Feldtheorie und Photonenruhmasse | 581 |
| A.1.1 Einleitung | 581 |
| A.1.2 Beispiele | 586 |
| A.1.2.1 Gleichmäßig geladene Kugeloberfläche | 586 |
| A.1.2.2 Der ebene Kondensator und seine Kapazität | 587 |
| A.1.2.3 Der ideale elektrische Dipol | 589 |
| A.1.2.4 Der ideale magnetische Dipol | 590 |
| A.1.2.5 Ebene Wellen | 591 |
| A.1.3 Messungen und Schlußfolgerungen | 594 |
| A.1.3.1 Magnetfelder der Erde und des Jupiter | 594 |
| A.1.3.2 Schumann-Resonanzen | 595 |
| A.1.3.3 Grundsätzliche Grenzen - die Unschärferelation | 596 |
| A.2 Magnetische Monopole und Maxwellsche Gleichungen | 597 |
| A.2.1 Einleitung | 597 |
| A.2.2 Duale Transformationen | 599 |
| A.2.3 Eigenschaften von magnetischen Monopolen | 603 |
| A.2.4 Die Suche nach magnetischen Monopolen | 604 |
| A.3 Über die Bedeutung der elektromagnetischen Felder und Potentiale (Bohm-Aharonov-Effekte) | 605 |

| | | |
|---------|---|-----|
| A.3.1 | Einleitung | 605 |
| A.3.2 | Die Rolle der Felder und Potentiale | 608 |
| A.3.3 | Die Ehrenfest'schen Theoreme | 610 |
| A.3.4 | Magnetfeld und Vektorpotential einer unendlich langen idealen Spule | 611 |
| A.3.5 | Elektronenstrahlinterferenzen am Doppelspalt | 612 |
| A.3.6 | Schlußfolgerungen | 616 |
| A.4 | Die Lienard-Wiechertschen Potentiale | 616 |
| A.5 | Das Helmholtzsche Theorem | 620 |
| A.5.1 | Ableitung und Interpretation | 620 |
| A.5.2 | Beispiele | 624 |
| A.5.2.1 | Homogenes Feld im Inneren einer Kugel | 624 |
| A.5.2.2 | Punktladung im Inneren einer leitfähigen Hohlkugel | 628 |
| A.6 | Maxwellsche Gleichungen und Relativitätstheorie | 629 |
| A.6.1 | Galilei- und Lorentz-Transformation | 629 |
| A.6.2 | Die Lorentz-Transformation als orthogonale Transformation | 631 |
| A.6.3 | Einige Konsequenzen der Lorentz-Transformation | 636 |
| A.6.3.1 | Die Lorentz-Kontraktion | 636 |
| A.6.3.2 | Die Zeitdilatation | 637 |
| A.6.3.3 | Die relativistische Addition der Geschwindigkeiten | 637 |
| A.6.3.4 | Aberration und Dopplereffekt | 639 |
| A.6.4 | Die Lorentz-Transformation der Maxwellschen Gleichungen | 640 |
| A.6.5 | Vierervektoren und Vierertensoren | 642 |
| A.6.5.1 | Definitionen | 642 |
| A.6.5.2 | Einige wichtige Vierervektoren | 643 |
| A.6.5.3 | Der Feldtensor F | 651 |
| A.6.6 | Einige Beispiele | 654 |
| A.6.6.1 | Flächenladungen und ihre Felder | 654 |
| A.6.6.2 | Ströme und Raumladungen | 656 |
| A.6.6.3 | Kraft eines Stromes auf eine bewegte Ladung | 658 |
| A.6.6.4 | Das Feld einer gleichförmig bewegten Punktladung | 659 |
| A.6.7 | Schlußbemerkung | 660 |
| A.7 | Relativitätstheorie und Gravitation, die Allgemeine Relativitätstheorie | 660 |
| A.7.1 | Träge und schwere Masse | 660 |
| A.7.2 | Riemannsche Geometrie | 664 |
| A.7.3 | Kräfte in einem rotierenden Bezugssystem | 669 |
| A.7.4 | Die Einsteinsche Feldgleichung | 670 |
| A.7.5 | Die äußere Schwarzschildmetrik | 673 |
| A.7.6 | Photonen in Gravitationsfeldern | 686 |
| A.7.7 | Planetenbewegung und Periheldrehung | 691 |
| A.7.8 | Gravitomagnetismus | 692 |
| A.7.9 | Weitere Problemkreise der allgemeinen Relativitätstheorie | 693 |
| | Literatur | 696 |
| | Sachverzeichnis | 699 |