

Inhaltsverzeichnis

Zeichenerklärung	13
1 Grundlagen	15
1.1 Instrumente der Elementarmathematik	15
1.1.1 Zahlbereiche. Zahlendarstellung	15
1.1.2 Rechnen mit Zahlen	17
1.1.3 Bruchrechnung	20
1.1.4 Potenzrechnung	22
1.1.5 Binomische Formeln. Partialdivision	24
1.1.6 Wurzelrechnung	28
1.1.7 Logarithmenrechnung	30
1.1.8 Rechenregeln und Auflösung von Gleichungen	31
1.1.9 Koordinatensysteme	35
1.1.10 Winkelbeziehungen	38
1.1.11 Komplexe Zahlen	38
1.2 Darstellung von Funktionen einer Variablen	40
1.2.1 Formen der Darstellung	42
1.2.2 Operationen mit Funktionen	43
1.2.3 Wichtige spezielle Funktionen	47
1.3 Ergänzende Fragen	59
1.3.1 Intervalle	59
1.3.2 Auflösung von Ungleichungen	61
1.3.3 Absolute Beträge	62
1.4 Analytische Geometrie	64
1.4.1 Geradengleichungen in der Ebene	65
1.4.2 Geraden und Ebenen im Raum	70
1.4.3 Grafische Darstellung von Ungleichungssystemen	72
1.5 Zahlenfolgen und Zahlenreihen	74
1.5.1 Grundbegriffe	74
1.5.2 Arithmetische Folgen und Reihen	76
1.5.3 Geometrische Folgen und Reihen	77
1.5.4 Grenzwerte von Zahlenfolgen	78
1.5.5 Konvergenz von Reihen	82

2	Logik und Mengenlehre	83
2.1	Aussagenlogik	83
2.1.1	Aussagen	83
2.1.2	Aussagenverbindungen	85
2.1.3	Quantoren	88
2.1.4	Einfache Schlussweisen	89
2.2	Mengenlehre	91
2.2.1	Grundbegriffe	91
2.2.2	Mengenrelationen	93
2.2.3	Mengenoperationen	94
2.2.4	Abbildungen und Funktionen	96
3	Finanzmathematik	99
3.1	Zins- und Zinseszinsrechnung	99
3.1.1	Einfache Verzinsung	100
3.1.2	Zinseszinsrechnung	103
3.1.3	Grundaufgaben der Zinseszinsrechnung	104
3.1.4	Methoden der mehrperiodigen Investitionsrechnung	106
3.1.5	Gemischte Verzinsung	109
3.1.6	Unterjährige Verzinsung	110
3.2	Rentenrechnung	112
3.2.1	Grundbegriffe der Rentenrechnung	112
3.2.2	Vorschüssige Renten	113
3.2.3	Nachschüssige Renten	114
3.2.4	Grundaufgaben der Rentenrechnung	116
3.2.5	Ewige Rente	118
3.3	Tilgungsrechnung	120
3.3.1	Grundbegriffe. Formen der Tilgung	120
3.3.2	Ratentilgung	121
3.3.3	Annuitätentilgung	121
3.3.4	Tilgungspläne	123
3.4	Renditeberechnung	125
3.4.1	Effektivzinssatz gemäß Preisangabenverordnung	126
3.4.2	Vermischte Aufgaben der Renditeberechnung	129

4	Lineare Algebra	133
4.1	Matrizen. Vektoren. Vektorräume	133
4.1.1	Begriff der Matrix	133
4.1.2	Spezielle Matrizen	134
4.1.3	Matrizenrelationen	136
4.1.4	Operationen mit Matrizen	138
4.1.5	Lineare Vektorräume	140
4.2	Matrizenmultiplikation	142
4.2.1	Skalarprodukt	142
4.2.2	Produkt von Matrizen	143
4.2.3	Eigenschaften der Matrizenmultiplikation	145
4.2.4	Anwendungen der Matrizenmultiplikation	146
4.3	Lineare Gleichungssysteme (LGS)	152
4.3.1	Begriff des linearen Gleichungssystems	153
4.3.2	Darstellungsformen von LGS	154
4.3.3	Begriff der Lösung eines LGS	155
4.3.4	Lineare Gleichungssysteme mit Einheitsmatrix	158
4.3.5	Elementare Umformungen eines LGS	159
4.4	Gauß'scher Algorithmus	160
4.4.1	Anwendung elementarer Umformungen	160
4.4.2	Ablaufplan des Gauß'schen Algorithmus	164
4.4.3	Lösungsdarstellung	165
4.4.4	Numerische Aspekte	167
4.4.5	Zusammenfassende Bemerkungen	168
4.5	Lineare Unabhängigkeit	171
4.5.1	Linearkombination	171
4.5.2	Begriff der linearen Unabhängigkeit	174
4.5.3	Basis und Rang	176
4.5.4	Zur Lösungsstruktur linearer Gleichungssysteme	180
4.6	Matrizeninversion	181
4.6.1	Definition der inversen Matrix	181
4.6.2	Anwendungen der Matrizeninversion	185
4.7	Determinanten	190
4.7.1	Definition der Determinante	190
4.7.2	Eigenschaften von Determinanten	193

4.7.3	Anwendungen der Determinantenrechnung	196
4.7.4	Definitheit von Matrizen	198
4.7.5	Die Cramer'sche Regel	200
4.7.6	Zusammenfassende Bemerkungen	201
5	Lineare Optimierung	203
5.1	Gegenstand der linearen Optimierung	204
5.1.1	Betrachtung einer Modellsituation	205
5.1.2	Bestandteile einer LOA. Lösungsbegriff	206
5.2	Modellierung und grafische Lösung von LOA	208
5.2.1	Modellierung typischer Problemstellungen	209
5.2.2	Grafische Lösung von LOA	215
5.3	Theorie der linearen Optimierung	225
5.3.1	Überführung in die Gleichungsform	225
5.3.2	Basislösungen und Eckpunkte	230
5.3.3	Eigenschaften von LOA	233
5.4	Simplexmethode für Optimierungsaufgaben in Gleichungsform . .	234
5.4.1	Grundidee	234
5.4.2	Auswahl der aufzunehmenden Basisvariablen	238
5.4.3	Auswahl der auszuschließenden Basisvariablen	239
5.4.4	Ablaufplan des Simplexalgorithmus	241
5.4.5	Beispiele. Rechenkontrollen	245
5.4.6	Sonderfälle	248
5.5	Zwei-Phasen-Methode	252
5.5.1	Grundidee	252
5.5.2	Mögliche Fälle	254
5.5.3	Beispiele	256
5.6	Dualität in der linearen Optimierung	258
5.6.1	Konstruktion der dualen Aufgabe	258
5.6.2	Dualitätsbeziehungen	261
5.6.3	Ökonomische Interpretation der Dualvariablen	263

6	Differenzialrechnung für Funktionen einer Variablen	270
6.1	Grenzwert und Stetigkeit	270
6.1.1	Grenzwert von Funktionen	271
6.1.2	Stetigkeit von Funktionen	274
6.1.3	Eigenschaften stetiger Funktionen	275
6.2	Die Ableitung einer Funktion	276
6.2.1	Das Tangentenproblem	278
6.2.2	Differenzial	281
6.2.3	Differenziationsregeln	283
6.2.4	Höhere Ableitungen	286
6.2.5	Taylor-Entwicklung einer Funktion	287
6.3	Untersuchung von Funktionen mithilfe von Ableitungen	291
6.3.1	Monotonie und Beschränktheit	292
6.3.2	Extremwerte	294
6.3.3	Wendepunkte, Krümmungsverhalten	299
6.3.4	Kurvendiskussion	303
6.3.5	Beispiele zur Kurvendiskussion	306
6.3.6	Anwendungen in der Marginalanalyse	309
6.4	Numerische Methoden der Nullstellenberechnung	315
6.4.1	Intervallhalbierung	317
6.4.2	Sekantenverfahren, Regula Falsi	319
6.4.3	Newton-Verfahren	320
7	Funktionen mehrerer Veränderlicher	323
7.1	Begriff und Beispiele	323
7.1.1	Funktionsbegriff	323
7.1.2	Beispiele für Funktionen mehrerer Veränderlicher	325
7.2	Grenzwert und Stetigkeit	328
7.3	Differenziation von Funktionen mehrerer Veränderlicher	334
7.3.1	Begriff der Differenzierbarkeit	334
7.3.2	Partielle Ableitungen und Elastizitäten	335
7.3.3	Gradient einer Funktion, Verschiedene Interpretationen	339
7.3.4	Partielle Ableitungen höherer Ordnung, Hesse-Matrix	343
7.3.5	Vollständiges Differenzial	344
7.3.6	Implizite Funktionen	347

8	Extremwerte von Funktionen mehrerer Veränderlicher	352
8.1	Extremwerte ohne Nebenbedingungen	352
8.1.1	Notwendige und hinreichende Extremwertbedingungen . .	353
8.1.2	Beispiele	357
8.2	Extremwerte unter Nebenbedingungen	359
8.2.1	Allgemeine Aufgabenformulierung	360
8.2.2	Die Eliminationsmethode	361
8.2.3	Die Lagrange-Methode	368
8.2.4	Interpretation der Lagrange'schen Multiplikatoren	375
8.3	Methode der kleinsten Quadratsumme	377
8.3.1	Problemstellung. Lineare Regression	377
8.3.2	Allgemeinere Ansatzfunktionen	383
9	Integralrechnung	388
9.1	Das unbestimmte Integral	389
9.1.1	Integration von Funktionen einer Veränderlichen	389
9.1.2	Integrationsregeln	390
9.2	Das bestimmte Integral	392
9.2.1	Integralbegriff für Funktionen einer Variablen	392
9.2.2	Integrierbarkeit. Eigenschaften bestimmter Integrale . . .	395
9.2.3	Numerische Integration	397
9.2.4	Uneigentliche Integrale	399
9.2.5	Doppelintegral	401
9.3	Anwendungen der Integralrechnung	404
9.3.1	Untersuchung von Wachstumsprozessen	405
9.3.2	Kurzer Ausblick auf Differenzialgleichungen	408
	Lösungen zu den Aufgaben	410
	Klausurbeispiel	430
	Literaturverzeichnis	441
	Sachwortverzeichnis	442