

# Contents

<b>Variétés presque rationnelles, leurs points rationnels et leurs dégénérescences</b> .....	1
Jean-Louis Colliot-Thélène	
1 Introduction .....	1
2 Notations, rappels et préliminaires .....	2
3 Schémas au-dessus d'un anneau de valuation discrète .....	4
3.1 $A$ -schémas de type $(R)$ , croisements normaux, croisements normaux stricts .....	4
3.2 Quand la fibre spéciale a une composante de multiplicité 1 .....	5
3.3 Quand la fibre spéciale contient une sous-variété géométriquement intègre .....	6
3.4 Quand la fibre spéciale a une composante géométriquement intègre de multiplicité 1 .....	7
3.5 Un exemple : quadriques .....	9
4 Groupe de Brauer des schémas au-dessus d'un anneau de valuation discrète .....	10
5 Corps $C_i$ .....	12
6 $R$ -équivalence et équivalence rationnelle sur les zéro-cycles .....	14
7 Autour du théorème de Tsen : variétés rationnellement connexes .....	14
8 Autour du théorème de Chevalley-Warning : variétés dont le groupe de Chow géométrique est trivial .....	21
9 Approximation faible pour les variétés rationnellement connexes .....	22
10 $R$ -équivalence sur les variétés rationnellement connexes .....	23
11 Équivalence rationnelle sur les zéro-cycles des variétés rationnellement connexes .....	27
12 Vers les variétés supérieurement rationnellement connexes .....	29
12.1 Deux exemples .....	29
12.2 Fibres spéciales avec une composante géométriquement intègre de multiplicité 1 .....	30
12.3 Variétés rationnellement simplement connexes .....	32
12.4 Existence d'un point rationnel sur un corps de fonctions de deux variables .....	34

12.5 Approximation faible en toutes les places d'un corps  
de fonctions d'une variable ..... 35

12.6  $R$ -équivalence et équivalence rationnelle ..... 36

13 Surjectivité arithmétique et surjectivité géométrique ..... 37

13.1 Morphismes définis sur un corps de nombres  
et applications induites sur les points locaux ..... 38

13.2 Quelques autres questions ..... 40

Bibliographie ..... 41

**Topics in Diophantine Equations** ..... 45

Sir Peter Swinnerton-Dyer

1 Introduction ..... 45

2 The Hasse Principle and the Brauer-Manin Obstruction ..... 47

3 Zeta-Functions and L-Series ..... 52

4 Curves ..... 55

5 Varieties of Higher Dimension and the Hardy-Littlewood Method ..... 58

6 Manin's Conjecture ..... 60

7 Schinzel's Hypothesis and Salberger's Device ..... 65

8 The Legendre-Jacobi Function ..... 69

9 Pencils of Conics ..... 75

10 2-Descent on Elliptic Curves ..... 80

11 Pencils of Curves of Genus 1 ..... 86

12 Some Examples ..... 93

12.1 Diagonal Quartic Surfaces ..... 93

12.2 Some Kummer Surfaces ..... 98

12.3 Diagonal Cubic Surfaces ..... 98

13 The Case of One Rational 2-Division Point ..... 101

14 Del Pezzo Surfaces of Degree 4 ..... 105

References ..... 108

**Diophantine Approximation and Nevanlinna Theory** ..... 111

Paul Vojta

1 Introduction ..... 111

2 Notation and Basic Results: Number Theory ..... 113

3 Heights ..... 115

4 Roth's Theorem ..... 117

5 Basics of Nevanlinna Theory ..... 120

6 Roth's Theorem and Nevanlinna Theory ..... 123

7 The Dictionary (Non-Geometric Case) ..... 127

8 Cartan's Theorem and Schmidt's Subspace Theorem ..... 130

9 Varieties and Weil Functions ..... 134

10 Height Functions on Varieties in Number Theory ..... 140

11 Proximity and Counting Functions on Varieties in Number Theory ..... 145

12 Height, Proximity, and Counting Functions in Nevanlinna Theory ..... 147

13 Integral Points ..... 151

14 Units and the Borel Lemma .....154

15 Conjectures in Nevanlinna Theory and Number Theory .....155

16 Function Fields .....160

17 The Exceptional Set .....163

18 Comparison of Problem Types .....165

19 Embeddings .....166

20 Schmidt’s Subspace Theorem Implies Siegel’s Theorem .....169

21 The Corvaja-Zannier Method in Higher Dimensions .....170

22 Work of Evertse and Ferretti .....177

23 Truncated Counting Functions and the abc Conjecture .....185

24 On Discriminants .....190

25 A Diophantine Conjecture for Algebraic Points .....198

26 The  $1+\epsilon$  Conjecture and the abc Conjecture .....200

27 Nevanlinna Theory of Finite Ramified Coverings .....201

28 The  $1+\epsilon$  Conjecture in the Split Function Field Case .....204

29 Derivatives in Nevanlinna Theory .....206

30 Derivatives in Number Theory .....212

31 Another Conjecture Implies abc .....215

32 An abc Implication in the Other Direction .....217

References .....220

**Index** .....225