

Inhaltsverzeichnis

| | |
|--|-----|
| Vorwort | 13 |
| Algebraische Grundlagen | 15 |
| Mengen und Mengenoperationen | 15 |
| Logische Grundlagen | 24 |
| Zahlenbereiche | 34 |
| Die Menge \mathbf{N} der natürlichen Zahlen | 35 |
| Die Menge \mathbf{Z} der ganzen Zahlen | 43 |
| Die Menge \mathbf{Q} der rationalen Zahlen, Bruchzahlen | 48 |
| Rechenoperationen mit rationalen Zahlen, Bruchrechnen | 58 |
| Die Menge \mathbf{R} der reellen Zahlen | 65 |
| Die Menge \mathbf{C} der komplexen Zahlen | 79 |
| Terme, Gleichungen und Ungleichungen | 94 |
| Termumformungen | 94 |
| Umformungen von Bruchtermen | 103 |
| Gleichungen und Ungleichungen | 109 |
| Abbildungen, Relationen und Funktionen | 114 |
| Allgemeine Betrachtungen | 114 |
| Der Abbildungsbegriff, Relationen | 114 |
| Typen von Funktionen | 117 |
| Eigenschaften von Funktionen | 123 |
| Proportionale und antiproportionale Funktionen; Dreisatz | 133 |
| Prozent-, Promille-, Zins- und Zinseszinsrechnung | 140 |
| Lineare Funktionen, Gleichungen und Ungleichungen | 150 |
| Lineare Gleichungs- und Ungleichungssysteme | 159 |
| Quadratische Funktionen, Gleichungen und Ungleichungen | 165 |
| Potenz- und Wurzelfunktionen, Gleichungen n-ten Grade und Wurzelgleichungen | 183 |
| Exponential und Logarithmusfunktionen und -gleichungen | 193 |
| Spezielle Gleichungen und Ungleichungen | 204 |
| Bruchgleichungen und Bruchungleichungen | 204 |
| Betragsgleichungen und Betragsungleichungen | 209 |

| | |
|---|-----|
| Ebene Geometrie | 212 |
| Geometrische Grundbegriffe | 212 |
| Koordinatensysteme | 218 |
| Geometrische Grundkonstruktionen | 220 |
| Ebene Figuren (Flächen) | 230 |
| Dreiecke | 230 |
| Vierecke | 241 |
| Polygone oder n-Ecke | 249 |
| Kreise | 254 |
| Ellipsen | 266 |
| Kongruenzabbildungen | 272 |
| Symmetrische Figuren | 272 |
| Geradenspiegelungen | 274 |
| Verschiebungen | 275 |
| Drehungen | 277 |
| Zusammenfassung | 279 |
| Ähnlichkeitsabbildungen | 282 |
| Affine Abbildungen | 293 |
| Die axiale Affinität | 293 |
| Die Schrägspiegelung | 296 |
| Spezialfälle der Verknüpfung axialer Affinitäten | 296 |
| Trigonometrie | 298 |
| Definitionen | 298 |
| Berechnung in beliebigen Dreiecken | 301 |
| Die trigonometrischen Funktionen bei beliebigen Winkeln | 304 |
| Das Bogenmaß | 308 |
| Arcusfunktionen | 309 |
| Zum Gebrauch des Taschenrechners | 311 |
| Eigenschaften trigonometrischer Funktionen | 314 |
| Additionstheoreme | 318 |
| Die Funktion $y = a \cdot \sin (bx + c) + d$ | 320 |

| | |
|--|-----|
| Stereometrie (Körpermessung) | 328 |
| Zeichnen geometrischer Körper | 329 |
| Prismen | 332 |
| Zylinder | 336 |
| Pyramiden und Kegel | 340 |
| Pyramidenstümpfe und Kegelstümpfe | 344 |
| Regelmäßige Polyeder | 352 |
| Kugeln und Kugelteile | 354 |
| Beliebig geformte Körper | 360 |
| Differentialrechnung | 365 |
| Funktionen und Grenzwerte | 366 |
| Folgen als Funktionen auf \mathbb{N} | 366 |
| Grenzwerte von Folgen; Grenzwertsätze | 370 |
| Verhalten von Funktionen für $ x \rightarrow \infty$ | 375 |
| Grenzwerte von Funktionen für $x \rightarrow x_0$, Stetigkeit und stetige Ergänzung | 377 |
| Der verallgemeinerte Asymptotenbegriff | 382 |
| Vollständige Induktion und Reihensummen | 383 |
| Die Steigung einer Funktion | 391 |
| Das Tangentenproblem | 391 |
| Graphische Differentiation | 393 |
| Differentialquotient, Ableitungsfunktion und höhere Ableitungen | 394 |
| Ein grenzwertfreier Einstieg | 396 |
| Die Ableitung der ganzrationalen Funktion | 398 |
| Die Potenzregel für $n \in \mathbb{N}$ | 399 |
| Die Summenregel | 399 |
| Die Faktorregel und die Produktregel | 400 |
| Steigungsverhalten und Extremwerte | 402 |
| Krümmungsverhalten und Wendepunkte | 406 |

| | |
|---|-----|
| Anwendungen | 408 |
| Die Kurvendiskussion | 408 |
| Bestimmung einer ganzrationalen Funktion aus vorgegebenen Eigenschaften | 410 |
| Extremwertaufgaben mit Nebenbedingungen | 411 |
| Die Ableitung der gebrochen rationalen Funktion | 414 |
| Die Quotientenregel | 415 |
| Die Diskussion der gebrochen rationalen Funktion | 416 |
| Zur Ableitung weiterer Funktionen | 418 |
| Die Kettenregel | 418 |
| Die Ableitung der Umkehrfunktion | 419 |
| Allgemeine algebraische Relationen und Funktionen | 420 |
| Zur Ableitung von Exponentialfunktion und Logarithmusfunktion | 422 |
| Zu den trigonometrischen Funktionen und Arcusfunktionen | 423 |
| Integralrechnung | 426 |
| Geometrische Aspekte der Integralrechnung | 428 |
| Riemann-Summen | 428 |
| Das bestimmte Integral und seine Eigenschaften | 431 |
| Bestimmtes Integral und Flächeninhalt | 433 |
| Die Integralfunktion und der Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung | 436 |
| Die Integration als Umkehrung der Differentiation | 440 |
| Die Stammfunktion | 440 |
| Die Stammfunktion einer ganzrationalen Funktion | 440 |
| Graphische Integration | 441 |
| Die Integration von Hyperbelfunktionen | 442 |
| Die Integrale von Exponentialfunktionen, Logarithmusfunktionen und Winkelfunktionen | 443 |
| Weitere Integrationsmethoden | 445 |
| Die partielle Integration | 445 |
| Die Integration durch Substitution | 447 |
| Die Integration durch Partialbruchzerlegung | 450 |
| Uneigentliche Integrale | 451 |
| Volumenbestimmung durch Integration | 453 |

| | |
|--|-----|
| Numerische Verfahren, Differentialgleichungen | 458 |
| Numerische Verfahren der Analysis | 458 |
| Das Problem der Nullstellenbestimmung | 458 |
| Die Regula falsi und das Newton-Verfahren | 460 |
| Das Interpolationsproblem | 464 |
| Verschiedene Interpolationsmethoden | 465 |
| Approximation an einer Stelle | 468 |
| Integration mit Hilfe der Interpolation | 469 |
| Die Trapezregel und die Simpsonregel | 470 |
| Differentialgleichungen | 476 |
| Typen von Differentialgleichungen | 477 |
| Zum Richtungsfeld und Anfangswertproblem | 478 |
| Die Differentialgleichung $y' = f(x; y)$ und ihre Spezialfälle | 481 |
| Die inhomogene lineare Differentialgleichung 1. Ordnung | 486 |
| Auf $y' = f(x) \cdot g(y)$ zurückföhrbare Fälle | 489 |
| Systeme von Differentialgleichungen | 491 |
| Die Phasenebene als Darstellungsmittel | 496 |
| Das Räuber-Beute-Modell | 497 |
| Zur numerischen Behandlung von Differentialgleichungen | 500 |
| Analytische Geometrie und lineare Algebra | 509 |
| Darstellung von Vektoren | 511 |
| Vektoraddition und s-Multiplikation | 515 |
| Vektorraum | 520 |
| Lineare Abhängigkeit, Basis und Dimension | 524 |
| Determinanten und Matrizen | 532 |
| Systeme linearer Gleichungen | 539 |
| Teilverhältnisse | 547 |
| Geradengleichungen | 550 |
| Ebenengleichungen | 558 |
| Skalarprodukt | 565 |
| Normalenformen, Hessesche Normalenform | 574 |
| Vektorprodukt | 580 |
| Kreis und Kugel | 584 |

| | |
|---|-----|
| Kombinatorik, Statistik, Wahrscheinlichkeitsrechnung | 591 |
| Kombinatorik | 592 |
| Produktregel der Kombinatorik | 593 |
| Summenregel der Kombinatorik | 595 |
| Permutationen | 596 |
| Kombinationen | 600 |
| Variationen | 602 |
| Beschreibende Statistik | 606 |
| Stichproben, Darstellungsweisen, Häufigkeiten | 606 |
| Kennwerte von Stichproben | 613 |
| Lineare Regression, linearer Schätzwert und Korrelationskoeffizient | 618 |
| Wahrscheinlichkeitsrechnung | 627 |
| Zufallsexperimente und Ereignismengen | 627 |
| Wahrscheinlichkeit | 631 |
| Mehrstufige Zufallsexperimente, Baumdiagramme und Pfadregeln | 639 |
| Bedingte Wahrscheinlichkeit | 646 |
| Monte-Carlo-Methode | 651 |
| Zufallsvariablen und ihre Wahrscheinlichkeitsverteilung | 657 |
| Definitionen von Variable und Verteilung | 657 |
| Erwartungswert und Varianz einer Zufallsvariablen | 660 |
| Die Tschebyscheff-Ungleichung | 663 |
| Die Variable $Y = aX + b$ | 665 |
| Summe und Produkt von Zufallsvariablen | 667 |
| Spezielle Verteilungen | 672 |
| Die Binomialverteilung | 672 |
| Die Poisson-Verteilung | 677 |
| Die Normalverteilung | 680 |
| Die Hypergeometrische Verteilung | 685 |
| Beurteilende Statistik | 690 |
| Signifikanztest und Testfehler | 691 |
| Der zweiseitige Signifikanztest | 692 |
| Der einseitige Signifikanztest | 694 |
| Parameterschätzung und Vertrauensintervalle | 696 |
| Graphischer Test auf Normalverteilung | 700 |
| Der Chi-Quadrat-Test | 703 |

| | |
|---|-----|
| Lösungen | 709 |
| Anhang | 851 |
| Das deutsche und das griechische Alphabet | 851 |
| Mathematische Zeichen | 851 |
| Algebraische Strukturen | 853 |
| Zahlensysteme | 854 |
| Fakultäten | 854 |
| Teilbarkeitsregeln | 855 |
| Teilmengen | 856 |
| Primfaktoren | 862 |
| Potenzen | 862 |
| Primzahlen zwischen 1 und 10.000 | 863 |
| Maßeinheiten | 865 |
| Pythagoräische Zahlentripel | 868 |
| Winkelumrechnung | 868 |
| Die Sinus- und Kosinuswerte | 870 |
| Die Tangens- und Kotangenswerte | 872 |
| Die Binomalkoeffizienten | 874 |
| Tabelle der Zufallsziffern | 875 |
| Gaußfunktion | 877 |
| Gaußsche Summenfunktion | 878 |
| Binomialverteilung (Wahrscheinlichkeitsfunktion) | 879 |
| Binomialverteilung (Summenfunktion) | 881 |
| Schranken für Chi-Quadrat bei f Freiheitsgraden | 888 |
| Poisson-Verteilung | 889 |
| Student-(t)-Verteilung | 891 |
| Register | 892 |
| Wichtige Formeln | 908 |