

Inhaltsverzeichnis

Vorwort	3
1 Grundlagen	9
1.1 Mengen	10
1.2 Komplexe Zahlen	13
1.3 Vollständige Induktion	19
1.4 Relationen, Zornsches Lemma	26
1.5 Funktionen	35
1.6 Binäre Verknüpfungen	41
1.7 Partitionen und Äquivalenzrelationen	45
1.8 Kongruenzrelationen	52
2 Ganze Zahlen	57
2.1 Teilbarkeit	57
2.2 Ideale im Ring \mathbb{Z}	65
2.3 Der Körper der rationalen Zahlen	72
2.4 Diophantische Gleichungen	76
2.5 Rechnen mit Kongruenzen	82
2.6 Die Restklassenringe \mathbb{Z}_n	90
2.7 Die Eulersche φ -Funktion, prime Restklassen modulo n	99
2.8 Kodierung mit großen Primzahlen	103
3 Gruppen	108
3.1 Halbgruppen, Monoide, Gruppenaxiome	109
3.2 Untergruppen	122
3.3 Homomorphismen und Isomorphismen	141
3.4 Beispiele für Gruppen	151
3.4.1 Matrizengruppen	151
3.4.2 Zyklische Gruppen	156

3.4.3	Permutationsgruppen	160
3.4.4	Isometriegruppen	177
3.4.5	Diedergruppen	181
3.4.6	Drehgruppen im \mathbb{R}^3	187
3.5	Normalteiler und Faktorgruppen	194
3.6	Der Homomorphiesatz	207
3.7	Korrespondenzsatz und Isomorphiesätze	213
3.8	Operationen von Gruppen auf Mengen	218
3.9	Gruppen kleiner Ordnung	226
3.10	Endliche abelsche Gruppen	231
3.11	Zentralisator, Normalisator, Klassengleichung	240
3.12	Die Sylow-Sätze	251
3.13	Auflösbare Gruppen	264
4	Ringe	272
4.1	Grundlegende Definitionen, Ideale, Teilbarkeit	273
4.2	Polynomringe	292
4.3	Faktorringe und Homomorphiesatz	304
4.4	Polynomringe in mehreren Variablen	318
4.5	Quotientenkörper, Lokalisierungen	324
4.6	Primfaktorzerlegung in Ringen	330
4.7	Nullstellen und Irreduzibilität von Polynomen	336
4.8	Symmetrische Polynome	346
4.9	Diskriminante und Resultante von Polynomen	352
4.10	Ganzheitsringe, euklidische Ringe	358
4.11	Noethersche Ringe	364
5	Körper	367
5.1	Unterkörper, Primkörper, Charakteristik	367
5.2	Algebraische Körpererweiterungen, Minimalpolynom	374
5.3	Grad einer Körpererweiterung, Gradformel	381
5.4	Konstruktionen mit Zirkel und Lineal	391
5.5	Einfache algebraische Körpererweiterungen	399
5.6	Transzendente Körpererweiterungen	406
5.7	Zerfällungskörper, algebraisch abgeschlossene Körper	414
5.8	Fortsetzungen von Körperhomomorphismen	426
5.9	Separable Körpererweiterungen	436

5.10	Endliche Körper	442
5.11	Einheitswurzeln und Kreisteilungspolynome	450
6	Galoistheorie	459
6.1	Normale und galoissche Körpererweiterungen	461
6.2	Galoisgruppen und Fixkörper	466
6.3	Der Hauptsatz der Galoistheorie	475
6.4	Die Galoisgruppe eines Polynoms	483
6.5	Konstruktion von regelmäßigen n -Ecken	491
6.6	Gleichungen dritten und vierten Grades	500
6.7	Auflösbarkeit durch Radikale	512
	Literatur	521
	Symbolverzeichnis	522
	Index	524