

# Inhaltsverzeichnis

- F1 Formelsammlung**  
**F2 Formelsammlung**

<b>Alphabete</b>	<b>11</b>
<b>Zeichenindex</b>	<b>12</b>
<b>1 Grundbegriffe</b>	<b>14</b>
1.1 Logische Grundlagen, Aussagen .....	14
1.2 Mathematische Grundlagen, Mengen .....	17
1.3 Vollständige Induktion .....	20
1.4 Kartesische Produkte .....	23
1.5 Abbildungen, Funktionen .....	24
1.6 Umkehrfunktionen .....	29
1.7 Einsetzen (Verketten, Substituieren) von Funktionen .....	31
1.8 Gerade, ungerade Funktionen .....	32
1.9 Grenzwerte von Funktionen .....	35
1.10 Stetige Funktionen .....	37
1.11 Aufgaben .....	40
1.12 Lösungen .....	41
<b>2 Reelle Zahlen</b>	<b>44</b>
2.1 Brüche, Potenzen, Wurzeln .....	44
2.2 Fakultät, Binomialkoeffizienten .....	45
2.3 Ungleichungen, Beträge .....	47
2.4 Aufgaben .....	54
2.5 Lösungen .....	55
<b>3 Elementare Funktionen</b>	<b>59</b>
3.1 Polynome, ganze rationale Funktionen .....	59
3.1.1 Grundsätzlicher Verlauf, Verhalten im Unendlichen .....	59
3.1.2 Nullstellen, Linearfaktoren .....	60
3.1.3 Zerlegung reeller Polynome .....	62
3.1.4 Polynome 2-ten Grades, quadratische Gleichungen .....	64
3.1.5 Interpolation .....	65
3.1.6 HORNER-Schema .....	66
3.2 Rationale Funktionen .....	67
3.3 Trigonometrische Funktionen .....	75
3.4 Inverse trigonometrische Funktionen .....	77
3.5 Schwingungen .....	78
3.6 Schwingungen, komplexe Rechnung .....	81
3.7 Exponential- und Logarithmusfunktionen .....	84
3.8 Hyperbelfunktionen .....	88

## INHALTSVERZEICHNIS

3.9	Inverse Hyperbelfunktionen, Areafunktionen .....	89
3.10	Potenzfunktionen .....	91
3.11	Aufgaben .....	91
3.12	Lösungen .....	91
<b>4</b>	<b>Komplexe Zahlen</b> .....	<b>93</b>
4.1	Zahlenebene .....	93
4.2	Betrag, Abstand, Einheitskreis .....	97
4.3	Konjugiert komplexe Zahl .....	98
4.4	Multiplikation und Division, Potenzen .....	99
4.5	Wurzeln aus komplexen Zahlen, Formel von Moivre .....	103
4.6	Quadratische Gleichungen .....	108
4.7	Die komplexe Exponentialfunktion .....	111
4.8	Die komplexe Logarithmusfunktion .....	113
4.9	Aufgaben .....	114
4.10	Lösungen .....	116
<b>5</b>	<b>Vektorrechnung</b> .....	<b>120</b>
5.1	Rechnen mit Vektoren .....	120
5.2	Vektoren in Koordinatendarstellung .....	121
5.3	Linear abhängig, linear unabhängig, lineare Hülle .....	123
5.4	Skalarprodukt .....	127
5.5	Vektorprodukt .....	133
5.6	Spatprodukt .....	136
5.7	Geraden im Raum .....	137
5.8	Ebenen im Raum .....	145
5.9	Vektorielle Beweise .....	155
5.10	Aufgaben .....	159
5.11	Lösungen .....	162
<b>6</b>	<b>Matrizen</b> .....	<b>166</b>
6.1	Bezeichnungen .....	166
6.2	Rechnen mit Matrizen .....	167
6.3	Rang einer Matrix .....	170
6.4	Quadratische Matrizen .....	172
6.5	Inverse Matrix .....	175
6.6	Matrizen und Basen .....	178
6.7	Orthogonale Matrizen .....	180
6.8	Koordinatenvektoren .....	181
<b>7</b>	<b>Determinanten</b> .....	<b>183</b>
7.1	Entwicklung nach Zeilen und Spalten .....	183
7.2	Elementare Umformungen .....	186
7.3	Flächenberechnung, Orientierung .....	187
7.4	Cramersche Regel .....	188

<b>8</b>	<b>Lineare Abbildungen und Matrizen</b>	<b>189</b>
8.1	Lineare Abbildungen und Matrizen .....	189
8.2	Abbildungsmatrix $M_B^A(\varphi)$ .....	194
8.3	Abbildungsmatrix $M_B^A(\text{id})$ .....	198
8.4	Nacheinanderausführen linearer Abbildungen, $M_C^A(\psi \circ \varphi)$ .....	199
8.5	Abbildungsmatrix bei spezieller Basis, $M_A^A(\varphi)$ .....	201
8.6	Drehungen und Drehmatrizen .....	205
<b>9</b>	<b>Eigenwerte, Eigenvektoren</b>	<b>209</b>
9.1	Eigenwerte, Eigenvektoren, Eigenräume .....	209
9.2	Diagonalisierung, symmetrische Matrizen .....	215
<b>10</b>	<b>Hauptachsentransformation</b>	<b>219</b>
10.1	Kegelschnitte, Kurven zweiter Ordnung .....	219
10.2	Quadriken, Flächen zweiter Ordnung .....	224
10.3	Kurven/Flächen zweiter Ordnung in allgemeiner Lage .....	227
10.4	Klassifizierung Kurven/Flächen zweiter Ordnung .....	240
10.5	Aufgaben .....	241
10.6	Lösungen .....	241
<b>11</b>	<b>Lineare Gleichungssysteme</b>	<b>244</b>
11.1	Gaußsches Eliminationsverfahren .....	245
11.2	Lineare Gleichungssysteme mit Parameter .....	253
11.3	Aufgaben .....	256
11.4	Lösungen .....	257
<b>12</b>	<b>Differentialrechnung</b>	<b>260</b>
12.1	Differenzierbarkeit .....	260
12.2	Rechnen mit differenzierbaren Funktionen .....	264
12.3	Höhere Ableitungen .....	266
12.4	Implizites Differenzieren .....	267
12.5	Extremwerte von Funktionen einer Veränderlichen .....	268
12.6	Grenzwertbestimmung, unbestimmte Ausdrücke .....	273
12.7	Näherungsweise Nullstellenbestimmung .....	278
12.8	Aufgaben .....	279
12.9	Lösungen .....	281
<b>13</b>	<b>Integralrechnung</b>	<b>285</b>
13.1	Das unbestimmte Integral .....	285
13.1.1	Rechnen mit unbestimmten Integralen .....	285
13.1.2	Integration durch Substitution .....	286
13.1.3	Partielle Integration .....	288
13.1.4	Integration rationaler Funktionen (Partialbruchzerlegung) .....	289
13.1.5	Integration einiger nicht rationaler Funktionen .....	292

## INHALTSVERZEICHNIS

13.2	Das bestimmte Integral .....	300
13.2.1	Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung .....	301
13.2.2	Integration durch Substitution, partielle Integration .....	303
13.2.3	Flächenberechnung .....	305
13.2.4	Das bestimmte Integral als Funktion seiner oberen Grenze	308
13.3	Uneigentliche Integrale .....	311
13.4	Aufgaben .....	319
13.5	Lösungen .....	321
<b>14</b>	<b>Folgen und Reihen</b>	<b>328</b>
14.1	Zahlenfolgen .....	328
14.2	Numerische Reihen .....	335
14.3	Potenzreihen .....	344
14.4	Taylorreihen .....	354
14.5	Fourierreihen .....	360
14.6	Aufgaben .....	365
14.7	Lösungen .....	366
<b>15</b>	<b>Funktionen mehrer Veränderlicher</b>	<b>369</b>
15.1	Flächen im Raum, Niveaulinien, Blockbild .....	369
15.2	Stetigkeit .....	370
15.3	Differenzierbarkeit .....	373
15.3.1	Partielle Ableitungen, Gradient .....	373
15.3.2	Differenzierbarkeit, Ableitung (Gradient, Jakobi-Matrix) .	375
15.3.3	Kettenregel .....	380
15.3.4	Tangentialebene, totales Differential .....	383
15.4	Richtungsableitung .....	385
15.5	Partielle Ableitungen höherer Ordnung .....	388
15.6	Implizite Funktionen .....	389
15.6.1	Explizite, implizite Funktionen, lokale Auflösung .....	389
15.6.2	Ableitungen impliziter Funktionen .....	390
15.7	Taylorentwicklung von $w = f(x, y)$ .....	395
15.8	Extremwerte einer Funktion mehrer Veränderlicher .....	399
15.9	Extremwerte unter Nebenbedingungen .....	406
15.10	Differentiation und Integration .....	410
15.11	Aufgaben .....	413
15.12	Lösungen .....	415
<b>16</b>	<b>Differentialgleichungen</b>	<b>418</b>
16.1	Explizite DGL 1. Ordnung .....	418
16.2	DGL mit getrennten Variablen .....	426
16.3	Lineare DGL 1. Ordnung .....	430
16.4	Elementar integrierbare implizite DGLn 1. Ordnung .....	435
16.5	Einige spezielle DGLn 2. Ordnung .....	437

16.6	Lineare DGL $n$ -ter Ordnung .....	439
16.6.1	Homogene lineare DGL $n$ -ter Ordnung .....	440
16.6.2	Inhomogene lineare DGL $n$ -ter Ordnung .....	444
16.7	Lineare DGL mit konstanten Koeffizienten .....	448
16.8	Schwingungs-DGL .....	454
16.9	Eulersche DGL .....	457
16.10	Potenzreihenansatz .....	458
16.11	DGL-Systeme .....	461
16.12	Lineare Systeme .....	462
16.13	Lineare Systeme mit konstanten Koeffizienten .....	469
16.13.1	Homogene lineare Systeme mit konstanten Koeffizienten ..	469
16.13.2	Inhomogene lineare Systeme mit konstanten Koeffizienten	476
16.14	Eliminationsmethode für lineare DGL-Systeme .....	478
16.15	Aufgaben .....	481
16.16	Lösungen .....	482
<b>17</b>	<b>Mehrfache Integrale</b> .....	<b>485</b>
17.1	Doppelintegrale .....	485
17.2	Dreifache Integrale .....	490
17.3	Aufgaben .....	497
17.4	Lösungen .....	498
<b>18</b>	<b>Vektoranalysis</b> .....	<b>499</b>
18.1	Kurven in der Ebene .....	499
18.2	Kurven im Raum .....	506
18.3	Flächen im Raum .....	511
18.4	Skalar- und Vektorfelder .....	522
18.4.1	Differentialoperatoren: Gradient Divergenz, Rotation, Nabla	523
18.4.2	Felddarstellungen in Polar-, Zylinder- und Kugelkoordinaten	530
18.5	Kurvenintegrale, Linienintegrale .....	538
18.6	Oberflächenintegrale .....	546
18.7	Integralsätze der Vektoranalysis .....	550
18.8	Aufgaben .....	556
18.9	Lösungen .....	557
<b>19</b>	<b>Anhang</b> .....	<b>559</b>
19.1	Kreis .....	559
19.2	Hyperbel .....	560
19.3	Parabel .....	562
19.4	Ellipse .....	564
<b>20</b>	<b>Finanzmathematik</b> .....	<b>565</b>
	<b>Index</b> .....	<b>566</b>
	<b>Verzeichnis lieferbarer Bücher</b> .....	<b>575</b>
	<b>F3 Formelsammlung</b>	
	<b>F4 Formelsammlung</b>	