Contents

Chapter 1 Elementary Inequalities of Probabilities of
$\mathbf{Events}\cdots\cdots 1$
1.1 Inclusion-exclusion Formula ····· 1
1.2 Corollaries of the Inclusion-exclusion Formula 2
1.3 Further Consequences of the Inclusion-exclusion Formula $\cdots 2$
1.4 Inequalities Related to Symmetric Difference
1.5 Inequalities Related to Independent Events
1.6 Lower Bound for Union (Chung-Erdös) · · · · · · · · 8
References 8
Chapter 2 Inequalities Related to Commonly Used Dis-
${f tributions} \cdots 9$
2.1 Inequalities Related to the Normal d.f9
2.2 Slepian Type Inequalities ······12
2.3 Anderson Type Inequalities · · · · · · · · · · · · · · · · · · ·
2.4 Khatri-Šidák Type Inequalities · · · · · · · · · · · · · · · · · · ·
2.5 Corner Probability of Normal Vector19
2.6 Normal Approximations of Binomial and Poisson Distri-
butions $\cdots \cdots 20$
References · · · · · · · · · · · · · · · · · · ·
Chapter 3 Inequalities Related to Characteristic Fun-
ctions23
3.1 Inequalities Related Only with c.f23
3.2 Inequalities Related to c.f. and d.f
3.3 Normality Approximations of c.f. of Independent Sums ····· 27
References · · · · · · · · · · · · · · · · · · ·
Chapter 4 Estimates of the Difference of Two Distri-
bution Functions · · · · · · · · · · · · · · · · · · ·
4.1 Fourier Transformation ·····29
4.2 Stein-Chen Method · · · · · · · · · · · · · · · · · · ·
4.3 Stieltjes Transformation



References · · · · · · · · · · · · · · · · · · ·		
Chapter	r 5 Probability Inequalities of Random Vari-	
	ables······37	
5.1	Inequalities Related to Two r.v.'s······37	
5.2	Perturbation Inequality	
5.3	Symmetrization Inequalities · · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	
5.4	Lévy Inequality ······41	
5.5	Bickel Inequality ······42	
5.6	Upper Bounds of Tail Probabilities of Partial Sums ······44	
5.7	Lower Bounds of Tail Probabilities of Partial Sums ······44	
5.8	Tail Probabilities for Maximum Partial Sums45	
5.9	Tail Probabilities for Maximum Partial Sums (Contin-	
	uation)	
5.10	Reflection Inequality of Tail Probability (Hoffmann-	
	Jørgensen) ······47	
5.11	Probability of Maximal Increment (Shao) ······48	
5.12	Mogulskii Minimal Inequality ·····49	
5.13	Wilks Inequality ······50	
Refer	ences $\cdots 50$	
Chapter	r 6 Bounds of Probabilities in Terms of Mo-	
	$ments \cdots 51$	
6.1	Chebyshev-Markov Type Inequalities	
6.2	Lower Bounds ·······52	
6.3	Series of Tail Probabilities	
6.4	Kolmogorov Type Inequalities · · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	
6.5	Generalization of Kolmogorov Inequality for a Submar-	
1	${ m tingale}\cdots 56$	
6.6	Rényi-Hájek Type Inequalities · · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	
6.7	Chernoff Inequality	
6.8	Fuk and Nagaev Inequality ······62	
6.9	Burkholder Inequality ······63	
6.10	Complete Convergence of Partial Sums ······65	
Refer	ences 65	
Chapter 7 Exponential Type Estimates of Probabilities · · · 67		
7.1	Equivalence of Exponential Estimates · · · · · · · · · · · · · · · · · · 67	
7.2	Petrov Exponential Inequalities · · · · · · · · · · · · · · · · · 68	

	7.3	Hoeffding Inequality	70
	7.4	Bennett Inequality	72
	7.5	Bernstein Inequality	73
	7.6	Exponential Bounds for Sums of Bounded Variables	74
	7.7	Kolmogorov Inequalities	75
	7.8	Prokhorov Inequality	79
	7.9	Exponential Inequalities by Censoring	80
	7.10	Tail Probability of Weighted Sums	82
	Refe	rences • • • • • • • • • • • • • • • • • • •	33
Ch	apte	r 8 Moment Inequalities Related to One or Two	
	-	Variables	34
	8.1	Moments of Truncation ······	34
	8.2	Exponential Moment of Bounded Variables	34
	8.3	Hölder Type Inequalities · · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	35
	8.4	Jensen Type Inequalities	36
	8.5	Dispersion Inequality of Censored Variables	37
	8.6	Monotonicity of Moments of Sums	38
	8.7	Symmetrization Moment Inequatilies	38
	8.8	Kimball Inequality	39
	8.9	Exponential Moment of Normal Variable	90
	8.10	Inequatilies of Nonnegative Variable	93
	8.11	Freedman Inequality ······	94
	8.12	Exponential Moment of Upper Truncated Variables	95
	Refe	rences ·····	96
$\mathbf{C}\mathbf{h}$	apte	r 9 Moment Estimates of (Maximum of) Sums of	
		Random Variables	97
	9.1	Elementary Inequalities	97
	9.2	Minkowski Type Inequalities	99
	9.3	The Case $1 \leq r \leq 2$ · · · · · · · · · · · · · · · · · ·)0
	9.4	The Case $r \ge 2 \cdots 10^{-1}$)1
	9.5	Jack-knifed Variance · · · · · · · 10)5
	9.6	Khintchine Inequality ······10)6
	9.7	Marcinkiewicz-Zygmund-Burkholder Type Inequalities ···· 10)8
	9.8	Skorokhod Inequalities · · · · · · 11	11
	9.9	Moments of Weighted Sums	12
	9.10	Doob Crossing Inequalities	13

9.11	Moments of Maximal Partial Sums
9.12	Doob Inequalities · · · · · · · · · · · · · · · · · · ·
9.13	Equivalence Conditions for Moments · · · · · · · · · · · · 117
9.14	Serfling Inequalities · · · · · · · · · · · · · · · · · · ·
9.15	Average Fill Rate · · · · · · · · · · · · · · · · · · ·
Refe	rences · · · · · · · · 128
Chapte	r 10 Inequalities Related to Mixing Sequences ···· 130
10.1	Covariance Estimates for Mixing Sequences
10.2	Tail Probability on α -mixing Sequence $\cdots 134$
10.3	Estimates of 4-th Moment on ρ -mixing Sequence $\cdots \cdots 135$
10.4	Estimates of Variances of Increments of ρ -mixing
	Sequence
10.5	Bounds of $2 + \delta$ -th Moments of Increments of ρ -mixing
	Sequence
10.6	Tail Probability on φ -mixing Sequence $\cdots 140$
10.7	Bounds of $2 + \delta$ -th Moment of Increments of φ -mixing
	Sequence
10.8	Exponential Estimates of Probability on φ -mixing
	Sequence
Refe	rences
Chapte	r 11 Inequalities Related to Associative Vari-
	$ables \cdots 149$
11.1	Covariance of PQD Varaibles · · · · · · · · · · · · · · · · · · ·
11.2	Probability of Quadrant on PA (NA) Sequence ······150
11.3	Estimates of c.f.'s on LPQD (LNQD) Sequence ······151
11.4	Maximal Partial Sums of PA Sequence · · · · · · · 152
11.5	Variance of Increment of LPQD Sequence ······153
11.6	Expectation of Convex Function of Sum of NA
	Sequence 154
11.7	Marcinkiewicz-Zygmund-Burkholder Inequality for NA
	Sequence
Refe	rences · · · · · · 157
Chapte	r 12 Inequalities about Stochastic Processes and
	Banach Space Valued Random Variables ····· 158
12.1	Probability Estimates of Supremums of a Wiener
	Process

Contents

12.2	Probability Estimate of Supremum of a Poisson	
	Process	
12.3	Fernique Inequality · · · · · · · · 164	
12.4	Borell Inequality	
12.5	Tail Probability of Gaussian Process · · · · · · 168	
12.6	Tail Probability of Randomly Signed Independent	
	Processes · · · · · 168	
12.7	Tail Probability of Adaptive Process ······ 170	
12.8	Tail Probability on Submartingale ······ 172	
12.9	Tail Probability of Independent Sum in B-Space ······ 173	
12.10	Isoperimetric Inequalities · · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	
12.11	Ehrhard Inequality · · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	
12.12	Tail Probability of Normal Variable in B-Space ······ 175	
12.13	Gaussian Measure on Symmetric Convex Sets	
12.14	Equivalence of Moments of B-Gaussian Variables176	
12.15	Contraction Principle · · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	
12.16	Symmetrization Inequalities in B-Space ······178	
12.17	Decoupling Inequality ······178	
References · · · · · · 180		