

Inhalt

1	Einführung der Laplace-Transformation	1
2	Anwendung der Laplace-Transformation auf gewöhnliche Differenzialgleichungen	13
2.1	Häufig auftretender Typ von Differenzialgleichungen	13
2.2	Differenziationsregel für die Originalfunktion	17
2.3	Rechnen mit δ -Funktionen	22
2.4	Laplace-Transformation einer linearen Differenzialgleichung n-ter Ordnung mit konstanten Koeffizienten	28
2.5	Erinnerung an die Partialbruchzerlegung rationaler Funktionen	31
2.6	Rücktransformation der Partialbrüche mittels Integrations- und Dämpfungsregel der Laplace-Transformation	37
2.7	Lösung einer Differenzialgleichung 3. Ordnung	40
2.8	Sprungantwort einer Differenzialgleichung n-ter Ordnung bei einfachen und von Null verschiedenen Polen	43
2.9	Sprungantwort einer Differenzialgleichung n-ter Ordnung beim Auftreten mehrfacher Pole	50
2.10	Sprungantwort einer Differenzialgleichung 2. Ordnung	51
2.11	Faltungsregel der Laplace-Transformation	58
2.12	Zusammenfassung über die Lösung der Differenzialgleichung n-ter Ordnung	65
2.13	Grenzwertsätze der Laplace-Transformation und ihre Anwendung auf Differenzialgleichungen	67
2.13.1	Endwertsatz	67
2.13.2	Anfangswertsatz	69
2.14	Systeme von Differenzialgleichungen	71
3	Lösung von Differenzengleichungen mit der Laplace- Transformation	77
3.1	Auftreten und Form von Differenzengleichungen	77
3.2	Verschiebungsregeln der Laplace-Transformation	80
3.3	Lösung einer Differenzengleichung 1. Ordnung mit Vorgeschichte	83
3.4	Rücktransformation einer rationalen Funktion von e^{-Ts}	84
3.5	Lösung der allgemeinen Differenzengleichung ohne Vorgeschichte	86

4	Lösung von Differenzendifferenzialgleichungen mit der Laplace-Transformation	93
4.1	Auftreten von Differenzendifferenzialgleichungen: Totzeitsysteme	93
4.2	Bestimmung der Ausgangsgröße eines Totzeitsystems durch Laplace-Transformation	98
5	Zusammenstellung von Rechenregeln und Korrespondenzen der Laplace-Transformation	103
6	Laplace-Transformation und Übertragungsverhalten dynamischer Systeme	109
6.1	Allgemeiner Begriff des Übertragungsgliedes	109
6.2	Übertragungsfunktion	111
6.3	Gewichtsfunktion (Impulsantwort)	113
6.4	Charakterisierung der Übertragungsglieder mit $Y(s) = G(s)U(s)$	116
6.5	Frequenzgang	125
6.6	Zwei Aspekte der Laplace-Transformation	131
7	Etwas Funktionentheorie	133
7.1	Laurententwicklung	133
7.2	Residuum und Residuensatz	138
7.3	Laurententwicklung und Partialbruchzerlegung	143
7.4	Zwei Beispiele zur Partialbruchentwicklung einer meromorphen Funktion	146
8	Komplexe Umkehrformel der Laplace-Transformation	151
8.1	Herleitung der komplexen Umkehrformel	151
8.2	Herleitung der Multiplikationsregel für Zeitfunktionen	157
8.3	Berechnung des Umkehrintegrals mittels des Residuensatzes	158
8.4	Berechnung der Originalfunktion zu $e^{-z\sqrt{s}}$	163
9	Anwendung der Laplace-Transformation auf partielle Differenzialgleichungen	171
9.1	Prinzipielles Vorgehen	171
9.2	Lösung der Wärmeleitungsgleichung unter alleiniger Einwirkung der Randbedingungen	177
9.3	Spezialfall: Randwertproblem beim einseitig begrenzten Wärmeleiter	180
9.4	Eine andere Darstellung der Gewichtsfunktion	183
9.5	Lösung der Wärmeleitungsgleichung unter alleiniger Einwirkung der Quellenfunktion	185
9.6	Lösung der Wärmeleitungsgleichung unter alleiniger Einwirkung der Anfangsbedingung und allgemeine Lösung	191

10	Zweiseitige Laplace-Transformation und Fourier-Transformation	193
10.1	Zweiseitige Laplace-Transformation	193
10.2	Definition der Fourier-Transformation	196
10.3	Eigenschaften der Fourier-Transformation	205
10.4	Rechenregeln der Fourier-Transformation	209
10.5	Korrespondenzen der Fourier-Transformation	215
10.6	Tabellen zur Fourier-Transformation	223
11	Fourier-Transformation von Funktionen endlicher Breite und Abtasttheoreme	231
11.1	Komplexe Darstellung der Fourierreihe einer periodischen Funktion	231
11.2	Reihenentwicklung einer Zeitfunktion mit endlicher Bandbreite	234
11.3	Reihenentwicklung einer Spektraldichte zu einer Zeitfunktion von endlicher Dauer	237
12	Fourier-Transformation kausaler Funktionen und Hilbert- Transformation	239
13	z-Transformation	247
13.1	Definition der z-Transformation und ihr Zusammenhang mit der Laplace-Transformation	247
13.2	Einige Beispiele	253
13.3	Durchführbarkeit der z-Transformation	256
13.4	Dämpfungsregel und Differenzierungsregel für die Bildfunktion	258
13.5	Anwendung der Dämpfungsregel und der Differenzierungsregel für die Bildfunktion: z-Transformation rationaler Funktionen von s	262
13.6	Ein allgemeiner Zusammenhang zwischen $F(s)$ und $F_z(z)$	266
13.7	Verschiebungsregeln der z-Transformation	268
13.8	Anwendung der Verschiebungsregeln der z-Transformation auf Differenzengleichungen für Zahlenfolgen	270
13.9	Rücktransformation einer rationalen Funktion $G_z(z)$	273
13.10	Die Faltungsregel der z-Transformation	276
13.11	Grenzwertsätze der z-Transformation	280
13.12	Rücktransformation (Umkehrung der z-Transformation)	282
13.13	Anwendung der z-Transformation auf dynamische Systeme	289
13.14	Zusammenstellung von Rechenregeln und Korrespondenzen der z-Transformation	299
	Übungsaufgaben	303
	Lösungen der Übungsaufgaben	327
	Literaturverzeichnis	413
	Sachwörterverzeichnis	417