
Inhaltsverzeichnis

Teil I Grundbegriffe der Mathematik und Algebraische Strukturen

1	Mathematische Grundbegriffe	3
1.1	Logische Zeichen	3
1.2	Elemente der Mengenlehre	4
1.3	Relationen	15
1.4	Korrespondenzen, Abbildungen und Verknüpfungen	21
1.5	Mächtigkeiten, Kardinalzahlen	27
1.6	Boolesche Funktionen und Prädikate	35
1.7	Graphen	51
2	Klassische algebraische Strukturen	59
2.1	Halbgruppen	60
2.2	Gruppen	66
2.3	Ringe und Körper	82
2.4	Verbände und Boolesche Algebren	93

Teil II Lineare Algebra und analytische Geometrie

3	Lineare Gleichungssysteme, Determinanten und Matrizen	107
3.1	Determinanten	108
3.2	Matrizen	126
3.3	Rang von Matrizen	139
3.4	Lösbarkeitskriterien und Lösungsverfahren für LGS	143
4	Vektorräume über einem Körper K	157
4.1	Die Definition eines Vektorraums über K , Beispiele	157
4.2	Untervektorräume	161
4.3	Lineare Abhängigkeit und lineare Unabhängigkeit	164
4.4	Basen	166

4.5	Lineare Unabhängigkeit und Basen über einem Untervektorraum	174
4.6	Dimensionsätze, Isomorphie	178
4.7	Koordinaten, Basistransformationen	180
4.8	Anwendungen für Vektoren aus \vec{V}_2 bzw. \vec{V}_3	183
5	Affine Räume	189
5.1	Die Definition eines affinen Raumes, Beispiele	189
5.2	Koordinaten und Koordinatensysteme	191
5.3	Affine Unterräume	192
5.4	Schnitt und Verbindung affiner Räume	196
5.5	Parallele affine Unterräume	197
6	Vektorräume mit Skalarprodukt (unitäre und euklidische VRe)	199
6.1	Das Skalarprodukt in \vec{V}_2 bzw. \vec{V}_3	199
6.2	Das Skalarprodukt in Vektorräumen über den Körpern \mathbb{R} oder \mathbb{C}	210
6.3	Norm (Betrag) von Vektoren	218
6.4	Winkel zwischen Vektoren (in euklidischen Vektorräumen)	221
6.5	Orthogonalität	221
6.6	Das Vektorprodukt	231
7	Euklidische und unitäre affine Punkträume	241
7.1	Abstandsmessung	241
7.2	Winkel- und Volumenmessung in euklidischen Punkträumen	244
7.3	Koordinatentransformationen in kartesischen Koordinatensystemen	245
8	Eigenwerte, Eigenvektoren und Normalformen von Matrizen	253
8.1	Motivation, Grundbegriffe	253
8.2	Eigenwerte von Matrizen und Nullstellen von Polynomen	259
8.3	Verallgemeinerte Eigenräume	270
8.4	Überführung von symmetrischen Matrizen in Diagonalgestalt	279
8.5	Jordansche Normalformen	282
9	Hyperflächen 2. Ordnung	297
9.1	Grundbegriffe	297
9.2	Hauptachsentransformation (Beweis von Satz 9.1.1)	300
9.3	Klassifikation der Kurven 2. Ordnung	316
9.4	Klassifikation der Flächen 2. Ordnung	323

10 Lineare Abbildungen	329
10.1 Allgemeines über lineare Abbildungen	329
10.2 Adjungierte Abbildungen	339
10.3 Normale Abbildungen	341
10.4 Selbstadjungierte und antiselbstadjungierte Abbildungen	344
10.5 Unitäre und orthogonale Abbildungen, Isometrien	345
10.6 Normalformen linearer Abbildungen	346
10.7 Gruppen aus linearen Abbildungen	348
11 Affine Abbildungen	351
11.1 Allgemeines über affine Abbildungen	351
11.2 Gruppen gewisser affiner Abbildungen	354
11.3 Einige Invarianten affiner Abbildungen	355

Teil III Numerische Algebra und Kombinatorik

12 Einführung in die Numerische Mathematik	361
12.1 Fehlertypen	362
12.2 Fehlerfortpflanzung bei differenzierbaren Funktionen	363
12.3 Maschinenzahlen, Rundungsfehler	366
12.4 Intervallarithmetik	368
13 Gleichungsauflösung	373
13.1 Problemstellung, geometrische Deutung	373
13.2 Der Banachsche Fixpunktsatz	375
13.3 Das Newton-Verfahren, die Regula falsi	379
13.4 Polynomgleichungen	384
13.4.1 Abschätzungen für Polynomnullstellen	384
13.4.2 Das Horner-Schema und das zweizeilige Horner-Schema	385
13.4.3 Verfahren zur Nullstellenberechnung von p_m	388
14 Lineare Gleichungssysteme mit genau einer Lösung	391
14.1 Der Gauß-Algorithmus (mit Pivotisierung)	392
14.2 Vektor- und Matrixnormen	394
14.3 Die Kondition von LGS	397
14.4 Elementare Iterationsverfahren	400
14.4.1 Das Jacobi-Verfahren	400
14.4.2 Das Gauß-Seidel-Verfahren	403
14.4.3 Konvergenzbedingungen	405
14.5 Projektionsverfahren	407
14.5.1 Grundidee der Projektionsverfahren	407
14.5.2 Projektion auf Hyperebenen	409
14.5.3 Gradientenverfahren	410

15 Interpolation	415
15.1 Einführung	415
15.2 Interpolation mit Polynomen	416
16 Grundlagen der Kombinatorik	421
16.1 Grundregeln des Abzählens	422
16.2 Permutationen, Kombinationen und Variationen	422
16.2.1 Permutationen (Anordnungen) von M	422
16.2.2 Permutationen mit Wiederholung	423
16.2.3 Variationen mit Wiederholung	423
16.2.4 Variationen ohne Wiederholung	424
16.2.5 Kombinationen ohne Wiederholung	424
16.2.6 Kombinationen mit Wiederholung	425
16.2.7 Einige Beispiele für Anwendungen obiger Formeln ...	426
16.3 Das Prinzip der Inklusion-Exklusion	428
16.4 Mächtigkeiten von einigen Abbildungsmengen	431
16.5 Lineare Rekursionsgleichungen	432

Teil IV Übungsaufgaben

17 Übungsaufgaben zum Teil I	443
17.1 Aufgaben zum Kapitel 1	443
17.2 Aufgaben zum Kapitel 2	454
18 Übungsaufgaben zum Teil II	461
18.1 Aufgaben zum Kapitel 3	461
18.2 Aufgaben zum Kapitel 4	466
18.3 Aufgaben zum Kapitel 5	468
18.4 Aufgaben zum Kapitel 6	469
18.5 Aufgaben zum Kapitel 7	472
18.6 Aufgaben zum Kapitel 8	473
18.7 Aufgaben zum Kapitel 9	475
18.8 Aufgaben zum Kapitel 10	477
18.9 Aufgaben zum Kapitel 11	478
19 Übungsaufgaben zum Teil III	481
19.1 Aufgaben zum Kapitel 12	481
19.2 Aufgaben zum Kapitel 13	482
19.3 Aufgaben zum Kapitel 14	483
19.4 Aufgaben zum Kapitel 15	485
19.5 Aufgaben zum Kapitel 16	487
Literaturverzeichnis	491

Glossar 497

Index 503