

Inhaltsverzeichnis

| | | |
|----------|---------------------------------------------------------------|-----------|
| 1 | Kernkonzepte der linearen Optimierung | 1 |
| 1.1 | Einführung | 1 |
| 1.2 | Grundlegende Definitionen | 8 |
| 1.3 | Grafische Lösung | 10 |
| 1.4 | Standardform und grundlegende analytische Konzepte | 12 |
| 1.5 | Normalform und Basen | 16 |
| 1.5.1 | Normalform und kanonische Form | 16 |
| 1.5.2 | Zulässige Basislösung, Basis- und Nichtbasisvariablen | 21 |
| 1.6 | Der Simplex-Algorithmus | 24 |
| 1.6.1 | Simplex-Tableau | 25 |
| 1.6.2 | Pivotelement und Austauschschritt | 27 |
| 1.6.3 | Auswahl- und Stoppregeln | 29 |
| 1.6.4 | Verkürztes Simplex-Tableau | 34 |
| 1.6.5 | Anti-Zyklus-Strategien | 37 |
| 1.7 | Bestimmung einer Startecke für den Simplex-Algorithmus | 39 |
| 1.7.1 | Phase-I-Methode | 41 |
| 1.7.2 | Big-M-Methode | 44 |
| 1.8 | Dualität | 45 |
| 1.8.1 | Motivation und Grundbegriffe | 46 |
| 1.8.2 | Dualitätssätze | 47 |
| 1.8.3 | Algorithmische Lösung des Dualproblems | 52 |
| 1.9 | Der duale Simplex-Algorithmus | 55 |
| 1.9.1 | Auswahl- und Stoppregeln | 56 |
| 1.9.2 | Bestimmung einer Startecke mit dualen Austauschschritten | 58 |
| 1.10 | Zusammenfassung | 61 |
| 2 | Erweiterungen und Anwendungen der linearen Optimierung | 65 |
| 2.1 | Sensitivitätsanalyse | 65 |
| 2.1.1 | Eindeutigkeit optimaler Punkte | 65 |
| 2.1.2 | Störungen der Zielfunktion | 67 |

| | | |
|----------|------------------------------------------------------------------|------------|
| 2.1.3 | Störungen der rechten Seite | 68 |
| 2.1.4 | Schattenpreise | 70 |
| 2.2 | Parametrische lineare Optimierung | 71 |
| 2.2.1 | Variation der rechten Seite | 71 |
| 2.2.2 | Variation der Zielfunktion | 75 |
| 2.3 | Multikriterielle lineare Optimierung | 81 |
| 2.3.1 | Lexikographische Optimierung | 84 |
| 2.3.2 | Optimierung bei Zieldominanz | 85 |
| 2.3.3 | Skalarisierung | 86 |
| 2.3.4 | Goal Programming | 87 |
| 2.3.5 | Bestimmung Pareto-optimaler Punkte | 90 |
| 2.4 | Transportprobleme | 96 |
| 2.4.1 | Bestimmung einer Startecke | 97 |
| 2.4.2 | Optimalitätskriterium | 103 |
| 2.4.3 | Stepping-Stone-Methode | 107 |
| 2.4.4 | Lineare Zuordnungsprobleme | 109 |
| 2.4.5 | Totale Unimodularität | 111 |
| 2.5 | Zweipersonen-Nullsummenspiele | 114 |
| 2.5.1 | Grundbegriffe | 114 |
| 2.5.2 | Gemischte Strategien und Minmax-Theorem | 119 |
| 3 | Graphentheorie | 123 |
| 3.1 | Grundlagen der Graphentheorie: Begriffe und Definitionen ... | 124 |
| 3.2 | Kürzeste Wege in Graphen | 129 |
| 3.2.1 | Algorithmen für das Single-Source-Shortest-Path Problem | 130 |
| 3.2.2 | Algorithmen für das All-Pairs-Shortest-Paths Problem . | 134 |
| 3.3 | Minimale spannende Bäume und 1-Bäume | 136 |
| 3.3.1 | Bestimmung minimaler spannender Bäume | 136 |
| 3.3.2 | Bestimmung minimaler 1-Bäume eines Graphen | 139 |
| 3.4 | Eulersche und Hamiltonsche Graphen | 140 |
| 3.4.1 | Eulersche Graphen und das „Chinese Postman Problem“ | 140 |
| 3.4.2 | Hamiltonsche Graphen und das Traveling Salesman Problem | 150 |
| 3.5 | Max-Flow-Min-Cut | 151 |
| 4 | Netzplantechnik | 157 |
| 4.1 | Einführung und grundlegende Definitionen | 157 |
| 4.2 | Strukturplanung | 159 |
| 4.2.1 | Vorgangspfeilnetzpläne | 160 |
| 4.2.2 | Vorgangsknotennetzpläne | 162 |
| 4.3 | Zeitplanung | 166 |
| 4.3.1 | Vorgangspfeilnetzpläne | 167 |
| 4.3.2 | Vorgangsknotennetzpläne | 169 |
| 4.3.3 | Stochastische Zeitplanung | 174 |

| | | |
|----------|--------------------------------------------------------------------------------------|------------|
| 4.4 | Kapazitätsplanung | 177 |
| 4.5 | Kostenplanung | 177 |
| 5 | Ganzzahlige Optimierung | 183 |
| 5.1 | Einführung und Beispiele | 183 |
| 5.2 | Modellierung mit ganzzahligen Variablen | 190 |
| 5.2.1 | Logische Verknüpfungen | 191 |
| 5.2.2 | Mengenbeziehungen | 194 |
| 5.2.3 | Alternative Nebenbedingungen | 196 |
| 5.3 | Komplexitätstheorie | 198 |
| 5.3.1 | Probleme und Algorithmen | 198 |
| 5.3.2 | Rechenaufwand von Algorithmen | 199 |
| 5.3.3 | Optimierungs- und Entscheidungsprobleme | 201 |
| 5.3.4 | Die Klassen \mathcal{P} , \mathcal{NP} und \mathcal{NP} -vollständig | 201 |
| 5.4 | Verfahren zur Lösung von ganzzahligen Problemen | 204 |
| 5.4.1 | Das Branch & Bound Verfahren | 205 |
| 5.4.2 | Das Schnittebenenverfahren von Gomory | 213 |
| 5.4.3 | Das Branch & Cut Verfahren | 220 |
| 6 | Heuristiken | 221 |
| 6.1 | Konstruktionsheuristiken | 222 |
| 6.1.1 | Zufällige Bestimmung eines zulässigen Punktes | 222 |
| 6.1.2 | Greedy-Verfahren | 222 |
| 6.1.3 | Vorausschauende Verfahren | 225 |
| 6.2 | Verbesserungsheuristiken | 226 |
| 6.2.1 | Lokale Suchverfahren | 226 |
| 6.2.2 | Metaheuristiken | 230 |
| 6.3 | Güte von Heuristiken | 234 |
| 6.4 | Verfahren zur Bestimmung oberer Schranken | 237 |
| 6.4.1 | LP-Relaxierungen | 238 |
| 6.4.2 | Lagrange-Relaxierungen | 239 |
| 7 | Nichtlineare Optimierung | 243 |
| 7.1 | Einführung und Beispiele | 243 |
| 7.2 | Unrestringierte nichtlineare Optimierung | 250 |
| 7.2.1 | Optimalitätsbedingung erster Ordnung | 250 |
| 7.2.2 | Optimalitätsbedingungen zweiter Ordnung | 255 |
| 7.2.3 | Numerische Verfahren | 258 |
| 7.2.4 | Konvexe Optimierung | 264 |
| 7.3 | Restringierte nichtlineare Optimierung | 267 |
| 7.3.1 | Optimalitätsbedingungen erster Ordnung | 267 |
| 7.3.2 | Konvexe Optimierung | 279 |
| 7.3.3 | Numerische Verfahren | 283 |

| | | |
|----------|-------------------------------------------------------------------------|-----|
| 8 | Dynamische Optimierung | 305 |
| 8.1 | Einführung | 305 |
| 8.2 | Deterministische dynamische Optimierung | 311 |
| 8.2.1 | Das Basismodell | 311 |
| 8.2.2 | Das Optimalitätskriterium | 313 |
| 8.2.3 | Die Optimalitätsgleichung | 314 |
| 8.2.4 | Wertiteration | 315 |
| 8.2.5 | Anwendungsbereiche | 318 |
| 8.3 | Stochastische dynamische Optimierung | 321 |
| 8.3.1 | Das Basismodell | 321 |
| 8.3.2 | Das Optimalitätskriterium | 322 |
| 8.3.3 | Die Optimalitätsgleichung | 325 |
| 8.3.4 | Wertiteration | 326 |
| 8.3.5 | Lösung mittels Linearer Optimierung | 328 |
| 8.3.6 | Ein Kontrollmodell | 328 |
| 8.3.7 | Optimalität strukturierter Strategien | 329 |
| 8.4 | Verallgemeinerungen | 343 |
| 9 | Wartesysteme | 345 |
| 9.1 | Einführung | 345 |
| 9.2 | Berechnung der Grenzverteilung | 349 |
| 9.3 | Festlegung der Parameter α_i und q_{ij} | 351 |
| 9.4 | Geburts- und Todesprozesse | 356 |
| 9.5 | Wartesysteme, die auf einem Geburts- und Todesprozess basieren | 358 |
| 9.6 | Poisson-Prozesse | 362 |
| 9.7 | Jackson-Netzwerke | 364 |
| A | Anhang | 371 |
| A.1 | In der Bäckerei | 371 |
| A.2 | Vektoren, innere Produkte und lineare Funktionen | 374 |
| A.3 | Lineare Gleichungen und lineare Ungleichungen | 376 |
| A.4 | Matrizen | 383 |
| A.5 | Niveaumengen und untere Niveaumengen | 388 |
| A.6 | Gradienten, Jacobi- und Hessematrizen | 390 |
| A.7 | Eigenwerte | 393 |
| A.8 | Linearisierung | 394 |
| A.9 | Konvexität | 395 |
| | Literaturverzeichnis | 399 |
| | Sachverzeichnis | 403 |