

# Inhaltsverzeichnis

|                            |     |
|----------------------------|-----|
| Vorwort .....              | V   |
| Inhaltsverzeichnis.....    | IX  |
| Abbildungsverzeichnis..... | XV  |
| Symbolverzeichnis .....    | XIX |

## **I Allgemeine Grundlagen..... 1**

|  |    |
|--|----|
| 1. Aussagenlogik .....                                   | 3  |
| 1.1 Einführung.....                                      | 3  |
| 1.2 Logische Verknüpfungen .....                         | 4  |
| 1.3 Logische Folgerungen.....                            | 5  |
| 2. Mengenlehre .....                                     | 9  |
| 2.1 Grundlegendes.....                                   | 9  |
| 2.2 Mengenoperationen .....                              | 11 |
| 2.3 Mengenalgebra.....                                   | 13 |
| 3. Grundlagen der Arithmetik.....                        | 15 |
| 3.1 Grundregeln des Rechnens.....                        | 15 |
| 3.1.1 Grundgesetze .....                                 | 15 |
| 3.1.2 Vorzeichenregeln .....                             | 17 |
| 3.1.3 Binomische Formeln .....                           | 18 |
| 3.1.4 Bruchrechnung.....                                 | 19 |
| 3.1.5 Umformung linearer Gleichungen.....                | 23 |
| 3.2 Summen-, Produkt- und Fakultätszeichen .....         | 26 |
| 3.2.1 Summenzeichen .....                                | 26 |
| 3.2.2 Produktzeichen.....                                | 30 |
| 3.2.3 Fakultätszeichen und Binomialkoeffizienten.....    | 31 |
| 3.3 Ungleichungen und Absolutbeträge .....               | 33 |
| 3.3.1 Ungleichungen .....                                | 33 |
| 3.3.2 Absolutbeträge.....                                | 36 |
| 3.4 Potenzen, Wurzeln und Logarithmen.....               | 38 |
| 3.4.1 Potenzen mit natürlichen Exponenten .....          | 38 |
| 3.4.2 Potenzen mit ganzzahligen Exponenten .....         | 41 |
| 3.4.3 Potenzen mit gebrochenen Exponenten (Wurzeln)..... | 42 |
| 3.4.4 Logarithmen.....                                   | 45 |

|   |           |
|---|-----------|
| 3.5 Weitere Gleichungstypen .....               | 47        |
| 3.5.1 Weitere äquivalente Umformungen .....     | 47        |
| 3.5.2 Quadratische Gleichungen .....            | 49        |
| 3.5.3 Wurzelgleichungen .....                   | 51        |
| 3.5.4 Logarithmusgleichungen.....               | 52        |
| 3.5.5 Produkt- und Quotientengleichungen .....  | 54        |
| 4. Aufgaben.....                                | 55        |
| <b>II Finanzmathematik .....</b>                | <b>61</b> |
| 1. Folgen und Reihen .....                      | 63        |
| 1.1 Folgen .....                                | 63        |
| 1.1.1 Grundlagen .....                          | 63        |
| 1.1.2 Arithmetische Folgen .....                | 64        |
| 1.1.3 Geometrische Folgen.....                  | 65        |
| 1.2 Reihen .....                                | 66        |
| 1.2.1 Grundlagen .....                          | 66        |
| 1.2.2 Arithmetische Reihen .....                | 66        |
| 1.2.3 Geometrische Reihen.....                  | 67        |
| 1.3 Einige spezielle Reihen.....                | 68        |
| 1.3.1 Unendliche geometrische Reihe.....        | 68        |
| 1.3.2 Die Euler'sche Zahl $e$ .....             | 68        |
| 2. Finanzmathematische Anwendung .....          | 69        |
| 2.1 Allgemeines.....                            | 69        |
| 2.2 Zinsen.....                                 | 70        |
| 2.2.1 Einfache Verzinsung .....                 | 70        |
| 2.2.2 Zinseszins.....                           | 73        |
| 2.2.3 Unterjährige und stetige Verzinsung ..... | 76        |
| 2.3 Raten und Renten .....                      | 78        |
| 2.3.1 Raten .....                               | 78        |
| 2.3.2 Renten .....                              | 81        |
| 2.3.3 Kombinationen aus Raten und Renten .....  | 85        |
| 2.3.4 Unterjährige Raten und Renten .....       | 87        |
| 2.4 Tilgungen .....                             | 89        |
| 2.5 Abschreibungen .....                        | 93        |
| 3. Aufgaben.....                                | 97        |

|   |            |
|---|------------|
| <b>III Funktionen einer Variablen .....</b>         | <b>103</b> |
| 1. Funktionsbegriff und Funktionseigenschaften..... | 105        |
| 1.1 Definition.....                                 | 105        |
| 1.2 Darstellungsformen.....                         | 106        |
| 1.3 Verschiedene Funktionstypen.....                | 109        |
| 1.4 Funktionseigenschaften.....                     | 113        |
| 2. Elementare Funktionen.....                       | 129        |
| 2.1 Elementare Funktionen.....                      | 129        |
| 2.1.1 Ganz rationale Funktionen .....               | 130        |
| 2.1.2 Gebrochen rationale Funktionen.....           | 138        |
| 2.1.3 Algebraische Funktionen .....                 | 144        |
| 2.1.4 Transzendente Funktionen .....                | 145        |
| 2.1.4.1 Exponentialfunktion .....                   | 145        |
| 2.1.4.2 Logarithmusfunktion .....                   | 147        |
| 2.2 Spezielle Funktionen.....                       | 149        |
| 2.2.1 Absolutfunktion.....                          | 149        |
| 2.2.2 Minimum- und Maximumfunktion.....             | 150        |
| 2.2.3 Vorzeichenfunktion.....                       | 152        |
| 2.3 Ökonomische Funktionen .....                    | 153        |
| 2.3.1 Angebots- und Nachfragefunktionen .....       | 153        |
| 2.3.2 Umsatzfunktion .....                          | 155        |
| 2.3.3 Kostenfunktion .....                          | 156        |
| 2.3.4 Gewinnfunktion .....                          | 159        |
| 3. Differenzialrechnung .....                       | 163        |
| 3.1 Einführung.....                                 | 163        |
| 3.2 Der Differenzialquotient .....                  | 164        |
| 3.3 Technik des Differenzierens.....                | 167        |
| 3.4 Das Differenzial.....                           | 174        |
| 3.5 Das Newton-Verfahren.....                       | 176        |
| 3.6 Kurvendiskussion allgemeiner Funktionen .....   | 178        |
| 3.7 Diskussion ökonomischer Funktionen .....        | 184        |
| 3.7.1 Kostenfunktion.....                           | 185        |
| 3.7.2 Umsatzfunktion .....                          | 189        |
| 3.7.3 Gewinnfunktion .....                          | 190        |
| 3.7.4 Elastizitäten.....                            | 197        |
| 3.7.5 Wachstumsraten .....                          | 203        |

|           |  |            |
|-----------|--|------------|
| 3.7.5.1   | Stetige Wachstumsraten .....                     | 203        |
| 3.7.5.2   | Diskrete Wachstumsraten .....                    | 205        |
| 3.7.5.3   | Zusammenhänge .....                              | 208        |
| 3.8       | Exkurs: Die Regel von l'Hospital .....           | 211        |
| 4.        | Aufgaben .....                                   | 215        |
| <b>IV</b> | <b>Funktionen mehrerer Variablen .....</b>       | <b>225</b> |
| 1.        | Begriff, Darstellung, Eigenschaften .....        | 227        |
| 1.1       | Begriff .....                                    | 227        |
| 1.2       | Darstellungsformen .....                         | 229        |
| 1.3       | Funktionseigenschaften .....                     | 236        |
| 2.        | Differenzialrechnung .....                       | 239        |
| 2.1       | Allgemeines .....                                | 239        |
| 2.2       | Partielle Ableitungen erster Ordnung .....       | 239        |
| 2.3       | Partielle Ableitungen höherer Ordnung .....      | 243        |
| 2.4       | Partielles und totales Differenzial .....        | 245        |
| 2.5       | Ökonomische Anwendungen .....                    | 246        |
| 2.6       | Extremwertbestimmung .....                       | 249        |
| 2.6.1     | Extremwerte ohne Nebenbedingungen .....          | 250        |
| 2.6.2     | Einbeziehen von Nebenbedingungen .....           | 253        |
| 3.        | Aufgaben .....                                   | 259        |
| <b>V</b>  | <b>Integralrechnung .....</b>                    | <b>263</b> |
| 1.        | Begriff und Integrationstechnik .....            | 265        |
| 1.1       | Allgemeines .....                                | 265        |
| 1.2       | Unbestimmtes Integral .....                      | 265        |
| 1.3       | Technik des Integrierens .....                   | 267        |
| 1.4       | Bestimmtes Integral .....                        | 274        |
| 1.5       | Uneigentliches Integral .....                    | 282        |
| 2.        | Ökonomische Anwendungen .....                    | 285        |
| 2.1       | Kosten-, Umsatz- und Gewinnfunktion .....        | 285        |
| 2.2       | Konsumenten- und Produzentenrente .....          | 286        |
| 2.3       | Investitionen und Kapitalstock .....             | 288        |
| 2.4       | Die Standardnormalverteilung .....               | 289        |
| 2.5       | Numerische Integrationsverfahren .....           | 292        |
| 2.6       | Exkurs: Elementare Differenzialgleichungen ..... | 295        |
| 2.6.1     | Einführung .....                                 | 295        |

|            |   |            |
|------------|---|------------|
| 2.6.2      | Lösung von Differenzialgleichungen durch Variablentrennung..... | 296        |
| 2.6.3      | Ökonomische Anwendungen separabler Differenzialgleichungen ...  | 298        |
| 3.         | Aufgaben.....   | 301        |
| <b>VI</b>  | <b>Lineare Algebra .....</b>                                    | <b>303</b> |
| 1.         | Vektoren.....   | 305        |
| 1.1        | Begriff.....  | 305        |
| 1.2        | Ordnungsrelationen und Vektoroperationen .....                  | 306        |
| 1.3        | Grafische Darstellung und Vektorraum.....                       | 308        |
| 1.4        | Vektoreigenschaften.....  | 310        |
| 1.4.1      | Linearkombination von Vektoren .....                            | 310        |
| 1.4.2      | Lineare Abhängigkeit und Unabhängigkeit.....                    | 312        |
| 1.4.3      | Einheitsvektoren.....   | 315        |
| 1.4.4      | Interpretation des Skalarprodukts.....                          | 316        |
| 2.         | Matrizen.....   | 319        |
| 2.1        | Begriff.....  | 319        |
| 2.2        | Spezielle Matrizen .....  | 320        |
| 2.3        | Ordnungsrelationen und Matrizenoperationen .....                | 324        |
| 2.4        | Rang einer Matrix.....  | 333        |
| 3.         | Lineare Gleichungssysteme .....                                 | 335        |
| 3.1        | Einführung.....   | 335        |
| 3.2        | Lösung linearer Gleichungssysteme .....                         | 337        |
| 3.3        | Lineare Abhängigkeit und Unabhängigkeit.....                    | 340        |
| 3.4        | Der Gauß'sche Lösungsalgorithmus .....                          | 342        |
| 4.         | Determinanten .....   | 349        |
| 4.1        | Begriff, Berechnung und Eigenschaften.....                      | 349        |
| 4.2        | Determinanten und der Rang von Matrizen.....                    | 355        |
| 4.3        | Determinanten und die Berechnung von Inversen .....             | 356        |
| 4.4        | Determinanten und lineare Gleichungssysteme.....                | 358        |
| 4.5        | Exkurs: Matrizengleichungen.....                                | 359        |
| 5.         | Lineare Optimierung.....  | 361        |
| 5.1        | Grundlagen.....   | 361        |
| 5.2        | Das Simplexverfahren .....                                      | 366        |
| 6.         | Aufgaben.....   | 373        |
| <b>VII</b> | <b>Lösungen .....</b>   | <b>379</b> |
| 1.         | Allgemeine Grundlagen.....                                      | 381        |

|  |     |
|--|-----|
| 2. Finanzmathematik .....              | 391 |
| 3. Funktionen einer Variablen.....     | 403 |
| 4. Funktionen mehrerer Variablen ..... | 431 |
| 5. Integralrechnung .....              | 441 |
| 6. Lineare Algebra.....                | 449 |
| <br>                                   |     |
| Literaturverzeichnis.....              | 463 |
| Stichwortverzeichnis.....              | 465 |