

Inhaltsverzeichnis

1	Lineare Gleichungssysteme und Matrizen	9
1.1	Lineare Gleichungssysteme	9
1.2	Matrizen	12
1.3	Elementare Umformungen und Zeilenstufenformen	13
1.4	Das Gauß- und Gauß-Jordan-Verfahren	16
1.5	Mehr über Matrizen	23
1.6	Operationen mit Matrizen	25
1.7	Die Matrixform eines linearen Gleichungssystems	38
1.8	Lösen quadratischer Systeme durch Matrixinvertierung	39
1.9	Weitere Bemerkungen und Hinweise	46
2	Vektoren in der Ebene und im Raum	49
2.1	Geometrische Vektoren	49
2.2	Vektoren in Koordinatensystemen	54
2.3	Rechenregeln für Vektoren in Koordinatendarstellung	59
2.4	Die Länge von Vektoren	59
2.5	Das Skalarprodukt	62
2.6	Das Kreuzprodukt	72
2.7	Weitere Bemerkungen und Hinweise	76
3	Analytische Geometrie von Geraden und Ebenen	78
3.1	Darstellungen von Geraden	78
3.2	Darstellungen von Ebenen	81
3.3	Weitere Bemerkungen und Hinweise	88
4	Reelle Vektorräume und Unterräume	89
4.1	Die Vektorraum-Definition	89
4.2	Der Vektorraum \mathbb{R}^n	91
4.3	Weitere Beispiele von reellen Vektorräumen	93
4.4	Untervektorräume	94
4.5	Der Nullraum und homogene lineare Gleichungssysteme	97
4.6	Linearkombinationen	99
4.7	Die vier Fundamentlräume einer Matrix	103
4.8	Der Spaltenraum und lineare Gleichungssysteme	104

4.9	Lineare Unabhängigkeit	106
4.10	Basis und Dimension	108
4.11	Die Struktur der Lösungsmenge von $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$	112
4.12	Lineare Gleichungssysteme. Zeilen- und Spaltenbild	115
4.13	Basen für die vier Fundamentalräume	116
4.14	Die Dimensionen der vier Fundamentalräume	121
4.15	Der Euklidische Vektorraum \mathbb{R}^n	123
4.16	Die Orthogonalität der vier Fundamentalräume	125
4.17	Orthogonale Projektionen	127
4.18	Lineare Ausgleichsrechnung	134
4.19	Orthogonal- und Orthonormalbasen	138
4.20	Weitere Bemerkungen und Hinweise	144
5	Lineare Abbildungen und Matrizen	150
5.1	Lineare Abbildungen von \mathbb{R}^n nach \mathbb{R}^m	150
5.2	Weitere Beispiele linearer Abbildungen	155
5.3	Anwendungen	157
5.4	Weitere Bemerkungen und Hinweise	158
6	Determinanten	160
6.1	Die Determinante einer $(2, 2)$ -Matrix	160
6.2	Verallgemeinerung auf (n, n) -Matrizen	162
6.3	Determinanten und lineare Gleichungssysteme	166
6.4	Weitere Bemerkungen und Hinweise	170
7	Eigenwerte und Eigenvektoren	172
7.1	Wie berechnet man Eigenwerte und Eigenvektoren?	174
7.2	Diagonalisierung einer Matrix	179
7.3	Orthogonale Matrizen	184
7.4	Diagonalisierung mit orthogonalen Matrizen	188
7.5	Weitere Bemerkungen und Hinweise	192
	Lösungen	194
	Literaturverzeichnis	203
	Sachwortverzeichnis	204