

Inhaltsverzeichnis

Bemerkungen zur Mathematischen Physik	xi
Motive und Ziele	xi
Inhalte des Buches ‚Klassische Mechanik‘	xiii
Inhalte der Lehrbuchreihe	xiv
Zur Notation	xv
Kleines Englisch-Wörterbuch	xvi
1 Einleitung	1
2 Dynamische Systeme	11
2.1 Iterierte Abbildungen, dynamische Systeme	12
2.2 Stetige dynamische Systeme	16
2.3 Differenzierbare dynamische Systeme	25
3 Gewöhnliche Differentialgleichungen	29
3.1 Definitionen und Beispiele	30
3.2 Lokale Existenz und Eindeutigkeit der Lösung	35
3.3 Globale Existenz und Eindeutigkeit der Lösung	42
3.4 Transformation in ein dynamisches System	45
3.5 Das maximale Existenzintervall	48
3.6 Der Hauptsatz der Differentialgleichungstheorie	50
3.6.1 Linearisierung der DGL entlang einer Trajektorie	51
3.6.2 Aussage und Beweis des Hauptsatzes	53
3.6.3 Folgerungen aus dem Hauptsatz	55
4 Lineare Dynamik	57
4.1 Homogene lineare autonome DGLn	58
4.2 Explizit zeitabhängige lineare DGLn	65
4.3 Quasipolynome	70
5 Klassifikation linearer Flüsse	73
5.1 Konjugationen linearer Flüsse	74
5.2 Hyperbolische lineare Vektorfelder	76
5.3 Lineare Flüsse in der Ebene	80
5.4 Beispiel: Feder mit Reibung	84

6	Hamiltonsche Gleichungen und Symplektische Gruppe	89
6.1	Gradientenflüsse und hamiltonsche Systeme	90
6.1.1	Gradienten-Differentialgleichungen	90
6.1.2	Hamiltonsche Systeme	93
6.2	Die symplektische Gruppe	95
6.2.1	Lineare hamiltonsche Systeme	95
6.2.2	Symplektische Geometrie	96
6.2.3	Die symplektische Algebra	101
6.3	Lineare hamiltonsche Systeme	103
6.3.1	Harmonische Oszillatoren	104
6.3.2	Harmonische Gitterschwingungen	110
6.3.3	Teilchen im konstanten elektromagnetischen Feld	113
6.4	Unterräume symplektischer Vektorräume	116
6.5	* Der Maslov-Index	119
7	Stabilitätstheorie	127
7.1	Stabilität linearer Differentialgleichungen	128
7.2	Liapunov-Funktionen	131
7.3	Verzweigungen	134
7.3.1	Verzweigungen von Ruhelagen	134
7.3.2	Verzweigungen periodischer Orbits	138
7.3.3	Verzweigungen des Phasenraums	141
8	Variationsprinzipien	143
8.1	Lagrange- und Hamilton-Gleichungen	144
8.2	Holonome Zwangsbedingungen	149
8.3	Das hamiltonsche Variationsprinzip	152
8.4	Die Geodätische Bewegung	159
8.5	Die Jacobi-Metrik	164
8.6	Das fermatsche Prinzip	169
8.7	Die geometrische Optik	171
9	Ergodentheorie	177
9.1	Maßerhaltende dynamische Systeme	178
9.2	Ergodische dynamische Systeme	181
9.3	Mischende dynamische Systeme	184
9.4	Der birkhoffsche Ergodensatz	191
9.5	Der poincarésche Wiederkehrsatz	197
10	Symplektische Geometrie	201
10.1	Symplektische Mannigfaltigkeiten	202
10.2	Lie-Ableitung und Poisson-Klammer	208
10.3	Kanonische Transformationen	213
10.4	Lagrange-Mannigfaltigkeiten	219
10.5	Erzeugende kanonischer Transformationen	221

11 Bewegung im Potential	225
11.1 Allgemein gültige Eigenschaften	226
11.1.1 Existenz des Flusses	226
11.1.2 Reversibilität des Flusses	227
11.1.3 Erreichbarkeit	228
11.2 Bewegung im periodischen Potential	228
11.2.1 Existenz der asymptotischen Geschwindigkeiten	229
11.2.2 Verteilung der asymptotischen Geschwindigkeiten	231
11.2.3 Ballistische und diffusive Bewegung	235
11.3 Himmelsmechanik	238
11.3.1 Geometrie des Kepler-Problems	239
11.3.2 Zwei Gravitationszentren	247
11.3.3 Das n -Körper-Problem	252
12 Streutheorie	259
12.1 Potentialstreuung	260
12.2 Die Møller-Transformationen	268
12.3 Der differentielle Wirkungsquerschnitt	275
12.4 Zeitverzögerung, Radon-Transform., Inverse Streutheorie	279
12.5 Kinematik der Streuung von n Teilchen	286
12.6 * Asymptotische Vollständigkeit	291
13 Integrale Systeme und Symmetrien	305
13.1 Was bedeutet Integrabilität? Ein Beispiel	306
13.2 Der Satz von Liouville-Arnol'd	309
13.3 Winkel-Wirkungskordinaten	315
13.4 Die Impulsabbildung	322
13.5 * Reduktion des Phasenraums	330
14 Starre und bewegliche Körper	343
14.1 Bewegungen des Raumes	344
14.2 Kinematik starrer Körper	345
14.3 Lösung der Bewegungsgleichungen	351
14.3.1 Kräftefreie Kreisel	352
14.3.2 Schwere (symmetrische) Kreisel	358
14.4 Bewegliche Körper, anholonome Systeme	361
14.4.1 Geometrie beweglicher Körper	361
14.4.2 Anholonome Zwangsbedingungen	364
15 Störungstheorie	367
15.1 Bedingt-periodische Bewegung des Torus	368
15.2 Störungstheorie für eine Winkelvariable	376
15.3 Hamiltonsche Störungstheorie erster Ordnung	379
15.4 KAM-Theorie	387
15.4.1 * Ein Beweis des KAM-Satzes	388
15.4.2 Maß der KAM-Tori	399

15.5	Diophantische Bedingung und Kettenbrüche	403
15.6	Cantori: Am Beispiel der Standardabbildung	408
16	Relativistische Mechanik	411
16.1	Die Lichtgeschwindigkeit	412
16.2	Die Lorentz- und die Poincaré-Gruppe	414
16.3	Geometrie des Minkowski-Raumes	419
16.4	Die Welt in relativistischer Sichtweise	425
16.5	Von Einstein zu Galilei — und zurück	430
16.6	Relativistische Dynamik	435
17	Symplektische Topologie	437
17.1	Das symplektische Kamel und das Nadelöhr	438
17.2	Der Satz von Poincaré-Birkhoff	442
17.3	Die Arnol'd-Vermutung	446
A	Topologische Räume und Mannigfaltigkeiten	449
A.1	Topologie und Metrik	449
A.2	Mannigfaltigkeiten	457
A.3	Das Tangentialbündel	463
B	Differentialformen	471
B.1	Äußere Formen	472
B.2	Differentialformen auf dem \mathbb{R}^n	477
B.3	Integration von Differentialformen	482
B.4	Differentialformen auf Mannigfaltigkeiten	485
B.5	Innere Ableitung und Lie-Ableitung	486
B.6	Der Satz von Stokes	489
B.7	Das Poincaré-Lemma	493
B.8	de-Rham-Kohomologie	497
C	Konvexität und Legendre-Transformation	500
C.1	Konvexe Mengen und Funktionen	500
C.2	Die Legendre-Fenchel-Transformation	501
D	Fixpunkt- und Urbildsätze	505
E	Gruppentheorie	508
E.1	Gruppen	508
E.2	Lie-Gruppen	511
E.3	Lie-Algebren	514
E.4	Lie-Gruppenwirkungen	519

F Bündel, Zusammenhang, Krümmung	522
F.1 Faserbündel	522
F.2 Zusammenhänge auf Faserbündeln	526
F.3 Distributionen und der Satz von Frobenius	532
F.4 Holonomie und Krümmung	534
G Morse–Theorie	537
G.1 Morse–Ungleichungen	537
G.2 Singuläre Homologie	541
G.3 Geodätische Bewegung und Morse–Theorie	545
H Lösungen der Aufgaben	552
Literaturverzeichnis	609
Namensregister	620
Symboltabelle	622
Abbildungsnachweis	623
Sachregister	624